Signali i sustavi

Auditorne vježbe 3.

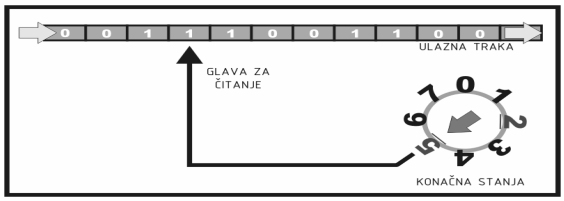
Konačni Automati

Definicija: Konačan Automat je uređena petorka (Stanja, Ulaz, Izlaz, FunkcijaPrijelaza, pocetnoStanje)

1. Stanja označavaju prostor stanja
2. Ulaz predstavlja ulazni alfabet (skup simbola)
3. Izlaz predstavlja izlazni alfabet (skup simbola)
4. pocetnoStanje $\in$ Stanja, predstavlja inicijalno stanje
5. FunkcijaPrijelaza: $Stanja \times Ulaz \rightarrow Stanja \times Izlaz$

2

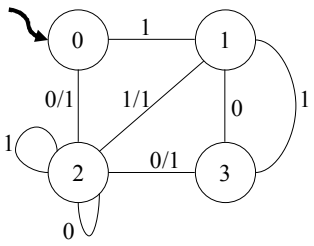
O čemu se zapravo radi?



- Počinje u bitu 0 (početno stanje)
- Čita bit (ulaz u sustav)
- Pomiče se u novo stanje, ovisno o bit-u i trenutnom stanju (prijelaz)
- Pri prijelazu iz stanja u stanje može, ali i ne mora, davati nešto na izlazu (izlaz iz sustava)
- Zaustavlja se kada je zadnji bit pročitan

3

Zadatak 1.



- Neka je dan automat na slici.
  1. Da li je dani automat deterministički ili ne?
  2. Potrebno je odrediti stanja kroz koja automat prolazi ako se na ulaz dovede niz: 10101010?
  3. Što se događa sa izlazom ako dio (10) ponovimo još nekoliko puta?

4

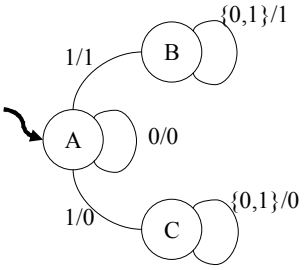
Zadatak 1.

- Automat je deterministički
- Ulazni niz bitova je: 10101010
- Stanja su: 013131313
- Primijetite da je stanje 2 “mrtvo” stanje
- Evidentno je da automat može “ubiti” neizmjerno mnogo ovakvih dijelova 10(10)*, a da se na izlazu neće ništa vidjeti
- Ova činjenica vrlo često se koristi u primjeni

5

Zadatak 2.

- Za automat na slici ispod, ulazni i izlazni simboli su iz skupa {0, 1, odsutan}.



1. Da li je automat deterministički ili ne?
2. Potrebno je definirati funkciju prijelaza za prikazani automat

6

Zadatak 2.

1. Automat je nedeterministički
2. Tablica prijelaza:

Stanje	Sljedeće stanje/izlaz uz dani ulaz		
	0	1	odsutan
A	{(A,0)}	{(B,1),(C,0)}	{(A,odsutan)}
B	{(B,0)}	{(B,0)}	{(B,odsutan)}
C	{(C,0)}	{(C,0)}	{(C,odsutan)}

7

Zadatak 3. Pogledajmo kako automati mogu komunicirati ☺!

Uvedimo neke pretpostavke, okvire razmatranja

1. Pretpostavimo da je naš automat pametan te da se smije proporcionalno tome koliko mu je to, čemu se smije, smiješno!
2. Osim toga, pretpostavimo da je intezitet smiješnosti jednak broju jedinica u binarnom nizu, a kraj jednog smijeha neka je definiran pojavom nule na kraju niza jedinica. Zahtijevamo dodatno da broj jedinica mora biti paran broj.
3. Npr. 1111110 je smješnije od 11110

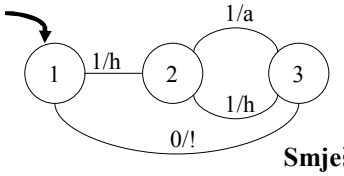
8

Signali i sustavi

Smjesko

automat koji se smije

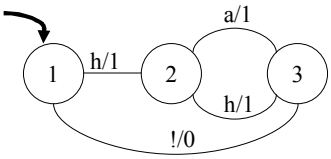
Zadatak 3. Automat smješkoA smije se "ha!" ili "haha ...!" ovisno koliko je šala dobra! ☺



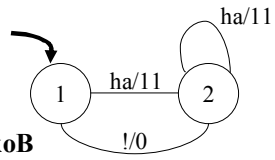
SmješkoA

10

Zadatak 3. Automat SmješkoB sluša i razumije smijeh SmješkaA ☺



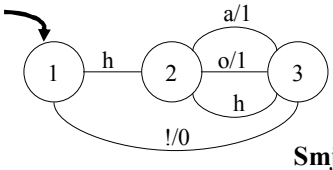
SmješkoB



SmješkoB

11

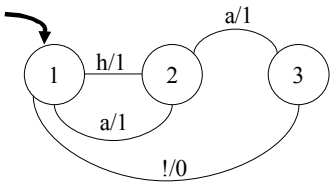
Zadatak 3. SmješkoC ima bolji smisao za humor, on "kuži" kad se netko smije i "haho!", a ne samo "haha!" ☺



SmješkoC

12

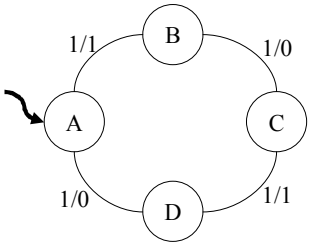
Zadatak 3. Automat Smješko u nedeterminističkoj verziji



13

Zadatak 4.

- Neka je dan sljedeći automat sa ulaznim skupom {1, odsutan} te izlaznim {0, 1, odsutan}



1. Da li je automat deterministički ili ne?
2. Kako izgleda tablica prijelaza?
3. Pronađite deterministički automat sa točno dva stanja koji je simulira dani automat i kojeg dani automat simulira
4. Kako izgleda relacija bisimulacije?

14

Zadatak 4.

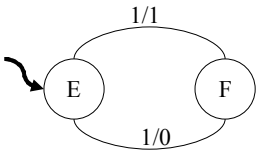
1. Automat je deterministički
2. Tablica prijelaza izgleda ovako:

Stanje	(sljedeće stanje,izlaz)	
	1	Odsutan
A	(B,1)	(A, Odsutan)
B	(C,0)	(B, Odsutan)
C	(D,1)	(C, Odsutan)
D	(A,0)	(D, Odsutan)

15

Zadatak 4.

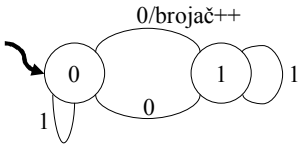
3. Deterministički automat s dva stanja prikazan je desno na slici. Taj automat simulira polazni automat i polazni automat simulira ovaj



4. Bisimulacijska relacija S dana je izrazom: S = {(A,E), (B,F), (C,E), (D,F)} ili ekvivalentno je: S* = {(E,A), (E,B), (F,C), (F,D)}

16

Zadatak 5. Potrebno je projektirati sustav koji će na svom izlazu davati broj neparnog pojavljivanja nula u binarnom nizu. Npr. 01 → 1, 010 → 1, 0100 → 2



Potrebno je na početku dodatno postaviti varijablu brojač na vrijednost nula!

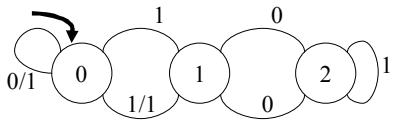
17

Zadatak 6. Potrebno je projektirati automat koji ispituje djeljivost ulaznog niza sa tri.

Očigledno pri cjelobrojnom dijeljenju broja sa tri postoje tri karakteristična slučaja:

1. Ostatak iznosi 0
2. Ostatak iznosi 1
3. Ostatak iznosi 2

Upravo to su stanja u našem slučaju!



18

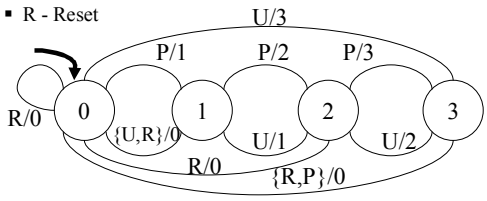
Zadatak 7.

- Brojilo modulo N je sustav na čijem se izlazu mogu pojaviti svi brojevi iz skupa {0, 1, …,N-1}. Ulaz u sustav definiran je sa tri simbola: Povećaj - P, Umanji – U te Reset – R. Osim spomenutih postoji još i simbol Odsutan. Simbol Povećaj(P) povećava broj za 1, Umanji smanjuje broj za 1, dok Reset postavlja izlaz na 0. P i U su ovdje modulo N operacije.
- Potrebno je odrediti:
  1. Dijagram stanja za N=4
  2. Funkciju prijelaza za N=4
  3. Specificirati uređenu petorku automata

19

Zadatak 7.1.

- Dijagram stanja prikazan je na slici ispod, radi kraćeg zapisa korištene su oznake;
  - P - Povećaj
  - U - Umanji
  - R - Reset



20

Zadatak 7.2.

- Tablica prijelaza dana je na slici ispod

Stanje	Sljedeće stanje/izlaz uz dani ulaz			
	Povećaj	Umanji	Reset	Odsutan
0	1/1	3/3	0/0	0/Odsutan
1	2/2	0/0	0/0	1/Odsutan
2	3/3	1/1	0/0	2/Odsutan
3	0/0	2/2	0/0	3/Odsutan

21

Zadatak 7.3.

- Skup stanja je {0, 1, 2, 3}
- Skup ulaznih simbola je {Povećaj, Umanji, Reset, Odsutan}
- Skup izlaznih simbola je {0, 1, 2, 3, Odsutan}
- Funkcija prijelaza

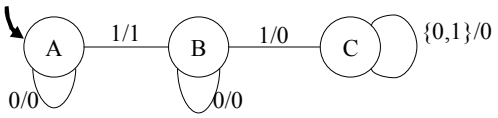
  $Prijelaz: Stanja \times Ulaz \rightarrow Stanja \times Izlaz$

  pri čemu je funkcijsko pridruživanje dano tablicom prijelaza

22

Zadatak 8.

- Neka je dan sljedeći automat



- Neka je ulazni niz oblika, ulaz = $0^k1^mx^n$, gdje x može biti bilo 0, bilo 1. Potrebno je odrediti izlaz iz danog automata?
- Izlaz iz automata dan je izrazom, izlaz = 0^k10^{n+m-1}

23

Zadatak 9.

1. Možemo li konačnim automatom realizirati relaciju "jednako"?
2. Potrebno je konstruirati beskonačan automat koji predstavlja relaciju "jednako"

24

Zadatak 9.

1. Ne postoji konačan automat koji za ulazni binarni niz može odrediti da li u nizu postoji jednak broj nula i jedinica!
2. Za opisivanje relacije "jednako" potrebno je definirati parametre automata:
   - Ulaz = {0, 1, Odsutan}
   - Izlaz = {jednako, različito, Odsutan}
   - Definiramo stanja kao razlika između broja jedinica koje su se pojavile i broja nula, tj. Skup Stanja = Skup cijelih brojeva

25

Zadatak 9.

Možemo konačno definirati funkciju prijelaza!

Za svaki s iz skupa Stanja i x iz skupa Ulaza vrijedi:

$$\Pr ijelaz(s,x) = \begin{cases} (0, jednako), & (x=1 \wedge s=-1) \vee (x=0 \wedge s=1) \\ (s+1, različito), & x=1 \wedge s \neq -1 \\ (s-1, različito), & x=0 \wedge s \neq 1 \\ (s, odsu\tan), & inače \end{cases}$$

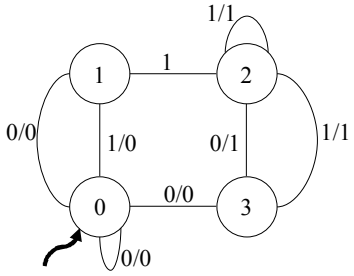
26

"Bounce" filtar

- "*Bounce*" filtar je vrsta filtra koji odstranjuje šum iz signala
- Odstranjuje izolirane "0" i "1" iz binarnog niza
- Za ulazni niz:
- 0 1 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1
- Izlazni niz (kasni jedan bit):
- 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1

27

Zadatak 10. Primjer "Bounce" filtra



- Za ulazni niz: 010001101111
- Izlaz iz filtra je: 0000001111111
- Stanja
  - 0 – barem dvije susjedne nule
  - 1 – niz nula iza kojih slijedi jedan
  - 2 – barem dvije susjedne jedinice
  - 3 – niz jedinica iza kojih je nula

28

Zadatak 11. Detektor niza

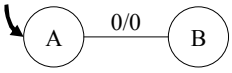
Potrebno je projektirati detektor, koji će na izlazu imati "1" svaki put kada se na ulazu pojavi niz oblika 0101, u svi ostalim slučajevima izlaz iz detektora mora biti simbol različit od "1". Ulaz u detektor je binarni niz.

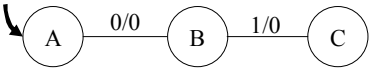
29

Zadatak 11. Detektor niza

- Potrebno je projektirati sustav koji će na izlazu imati jedan svaki put kada se na ulazu pojavi podniz oblika 0101!
- Primjer: Za ulazni binarni niz; 0010101100010100, izlaz iz sustava trebao bi biti: 0000101000000100

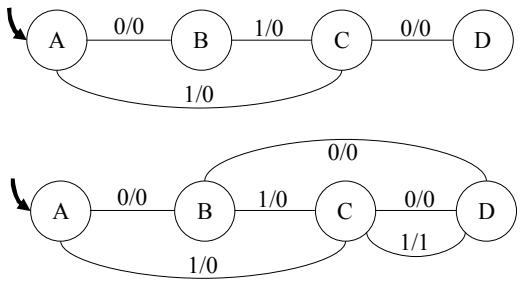
Koliko stanja moramo imati?





30

Zadatak 11. *Detektor niza*



31

Zadatak 11. *Detektor niza*

Tablica prijelaza izgleda ovako:

Trenutno Stanje	Ulaz	Novo stanje	Izlaz
A	0	B	0
A	1	A	0
B	0	B	0
B	1	C	0
C	0	D	0
C	1	A	0
D	0	B	0
D	1	C	1

32

Zadatak 12. *Binarni prediktor*

- Potrebno je projektirati prediktor binarnog niza. Prediktor je sustav koji na osnovu stanja sustava i ulaza predviđa sljedeći ulaz u sustav.
- Neka je niz definiran na sljedeći način

  1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0

33

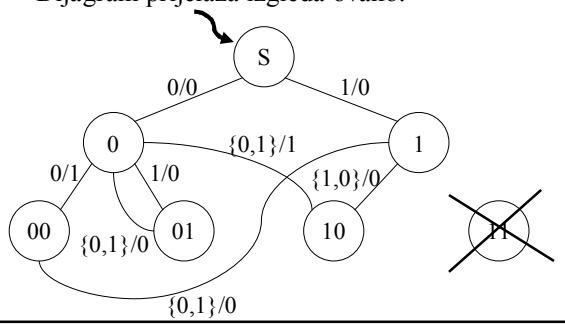
Zadatak 12. *Binarni prediktor*

- Prvo je potrebno polazni niz razdijeliti na dio koji će služiti za konstrukciju modela prediktora te dio koji će služiti za validaciju modela, tj. 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0
- Uzimamo prvu polovicu niza 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0.
- Definiramo sljedeća stanja sustava {S, 1, 0, 11, 10, 01, 00}
- Statističkim metodama određujemo prijelaze

34

Zadatak 12. *Binarni prediktor*

- Dijagram prijelaza izgleda ovako:



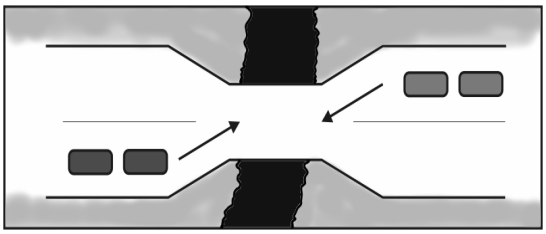
35

Zadatak 12. *Binarni prediktor*

- Radimo evaluaciju sustava, tj. uzimamo drugi dio polaznog niza te gledamo izlaz
- 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0
- Ulaz: 1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0
- Izlaz: 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1

36

Zadatak 13. Modeliranje Automobila na mostu



- Potrebno je modelirati ponašanje auta pri prelasku mosta koji ima samo jednu traku!

37

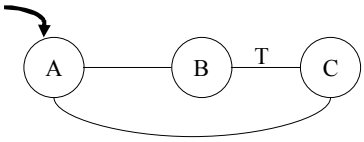
Zadatak 13. Modeliranje Automobila na mostu

- Označimo stanja:
  - A – Auto želi prijeći most
  - B – Auto se nalazi u redu i čeka na prijelaz
  - C – Auto je na mostu i prelazi ga
- Definirajmo varijable:
  - PM – broj plavih automobila na mostu
  - PR – broj plavih koji čekaju u redu
  - Semafor – *boolean* varijabla koja je jedan kada je plavima upaljeno "zeleno". Vrijednost varijable semafor se ciklički predefinirano mijenja

38

Zadatak 13. Modeliranje Automobila na mostu

- Ponašanje svakog auta može se predočiti ovakvim dijagramom stanja



- Gdje prijelaz T (B→C) možemo definirati na sljedeći način:

$$\{PM = 0 \wedge (PR = 0 \vee \neg Semafor)\} \rightarrow (CM = CM + 1); CR = CR - 1$$

39