Podsjetimo se…

- uvod u predmet
- primjeri audio signala
- primjer glazbene vilice
- primjer tehničkog sustava
  - video prikaz, matematički model, simulacija (MATLAB / Simulink)
- Prikaz i označavanje signala
  - kontinuirani signal, diskretni signal

Signali i sustavi

- danas ćemo:
  - pokazati načine definiranja funkcija (signala i sustava)
  - objasniti deklarativne i imperativne definicije
  - razmotriti nekoliko načina definiranja sustava

Kontinuirani signali

- funkciju koja definira signal *Glazba* nije moguće opisati matematičkim izrazom
- primjer kontinuiranog signala koji je moguće opisati matematičkim izrazom
  - primjer idealizirane glazbene vilice 440 Hz
- nazovimo ovaj signal *CistiTon* i definirajmo ga kao:

Kontinuirani signali

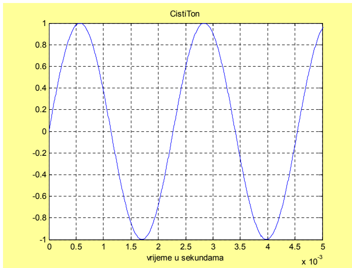
$$CistiTon : Realni \to Realni$$

gdje je:

$$\forall t \in Realni, \quad CistiTon(t) = A\sin(2\pi \cdot 440 \cdot t) \quad A = 1$$

- ovaj sinusni signal frekvencije 440 Hz odgovara muzičkoj noti A

Kontinuirani signal



Kontinuirani signali

- interesantan je primjer zbroja dvaju signala oblika *CistiTon* koji će dati naslutiti da je i signal *Glazba* zapravo zbroj niza signala oblika *CistiTon* - dakle sinusoida - različitih frekvencija i amplituda
- *ZbrojTonova* je funkcija koja neka predstavlja zbroj dva sinusna signala frekvencija 440 Hz (nota A) i 523 Hz (nota C)

Kontinuirani signali

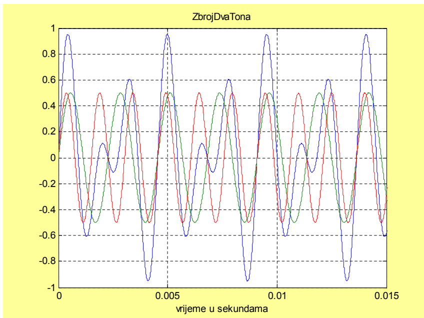
- funkcija *ZbrojTonova* definirana je tada kao:

$$ZbrojTonova : Realni \to Realni$$

gdje je:

$$\forall t \in Realni \quad \wedge \quad A_1 = A_2 = 0.5$$
$$ZbrojTonova(t) = A_1 \sin(2\pi \cdot 440 \cdot t) + A_2 \sin(2\pi \cdot 523 \cdot t)$$

Zbroj dvaju kontinuiranih signala



nota A
440 Hz

nota C
523 Hz

note
A & C

Višedimenzionalni signali

- jednodimenzionalni (1-D) signal je funkcija jedne nezavisne varijable.
- govorni signal je primjer 1-D signala gdje je nezavisna varijabla vrijeme.
- višedimenzionalni (M-D) signal je funkcija više od jedne nezavisne varijable.
- signal slike, kao što je crno-bijela fotografija, je primjer 2-D signala gdje su dvije nezavisne varijable dvije prostorne varijable.

Slika – monokromatska

Slika – monokromatska

- slika (monokromatska) je dvodimenzionalna funkcija $f(x,y)$ gdje su x i y prostorne koordinate a vrijednost funkcije predstavlja svjetlinu (nivo sivila, gray level) slike u toj točki
- slika se može zamisliti kao matrica čiji elementi predstavljaju svjetlinu slike u toj točki
- slikovni element (picture element, pixel, pel)

Slika – monokromatska

- ako je monokromatska slika - fotografija prikazana na papiru dimenzija 18 x 19,8 cm tada je ona prikazana kao funkcija:

$$Slika:[0,18]\times[0,19.8]\rightarrow[0,I_{max}]$$

gdje je I_{max} maksimalna vrijednost sive slike (0 je crno a I_{max} je bijelo)

- skup $[0,18]\times[0,19.8]$ definira površinu papira

Slika – monokromatska

- generalno monokromatska slika je funkcija:

$$Slika: VertikalnaOs \times HorizontalnaOs \rightarrow Intenzitet$$

gdje je $Intenzitet=[crno, bijelo]$ mjeren u odgovarajućoj skali

Slika – monokromatska

- konačna memorija i konačna dužina riječi računala zahtijevaju diskretizaciju domene i područja vrijednosti tj. intenziteta
- računalna slika se može tada prikazati kao:

$$RacunalnaSlika: DiskretnaVertikalnaOs \times DiskretnaHorizontalnaOs \rightarrow Cjelobrojni_8$$

gdje su: $DiskretnaVertikalnaOs=\{1,2,\ldots,450\}$

$DiskretnaHorizontalnaOs=\{1,2,\ldots,500\}$

$Cjelobrojni_8=\{0,1,2,\ldots,255\}$

Slika – monokromatska

$DiskretnaVertikalnaOs=\{1,2,\ldots,450\}$
$DiskretnaHorizontalnaOs=\{1,2,\ldots,500\}$
$Cjelobrojni8=\{0,1,2,\ldots,255\}$

$DiskretnaVertikalnaOs=\{1,2,\ldots,45\}$
$DiskretnaHorizontalnaOs=\{1,2,\ldots,50\}$
$Cjelobrojni8=\{0,1,2,\ldots,255\}$

Slika u boji

- reflektirano svjetlo se definira preko RGB (red, green, blue) vrijednosti pa je:

$$Slika\_U\_Boji: VertikalnaOs \times HorizontalnaOs \rightarrow Intenzitet^3$$

- bilo kojoj točki (x,y) domene odgovara trojka

$$(r,g,b) \in Intenzitet^3$$

pa su RGB vrijednosti pridružene signalu $Slika\_U\_Boji$

$$(r,g,b) = Slika\_U\_Boji(x,y)$$

Slika u boji

- dakle slika u boji je signal koji se sastoji od tri 2D signala koji predstavljaju tri osnovne boje: crveno (r), zeleno (g) i plavo (b).
- tri komponente slike u boji prikazane su ovim primjerom:

Slika u boji

- potpuna slika u boji dobiva se kombinacijom prethodne tri slike:

Video

- Video signal (film) je niz slika koji možemo promatrati kao funkciju tri varijable, i to dvije prostorne i jedne vremenske.

PAL 625 linija/okviru, 25okvira/s

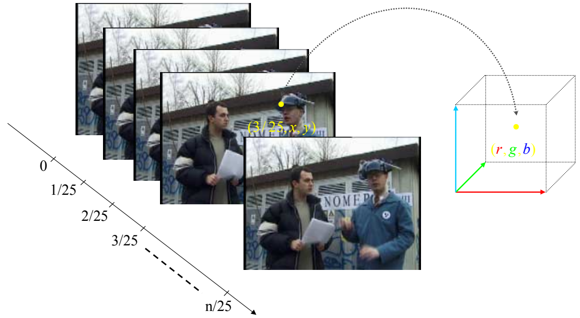
Video

slika 1

slika 2

slika 3

Video



Video

- video signal možemo opisati funkcijom *Video*

$$Video : VrijemeOkvira \times VertikalnaOs \times HorizontalnaOs \to Intenzitet^3$$

- bilo kojoj točki (x,y) okvira u diskretnom trenutku t odgovara trojka

$$(r,g,b) \in Intenzitet^3$$

pa su RGB vrijednosti pridružene signalu *Video*

$$(r,g,b) = Video(t,x,y)$$

Signali u opisu fizikalnih objekata

- promjena atributa fizikalnih objekata ili uređaja mogu se prikazati funkcijama vremena ili prostora
- primjer trajektorije zrakoplova:

$$Pozicija : Vrijeme \to Realni^3$$

gdje je

$$\forall t \in Vrijeme, \quad Pozicija(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

pozicija zrakoplova u trodimenzionalnom prostoru u trenutku t.

Signali u opisu fizikalnih objekata

- pozicija i brzina zrakoplova može biti opisana funkcijom:

$$PozicijaBrzina : Vrijeme \to Realni^6$$

gdje je

$$\forall t \in Vrijeme, \quad PozicijaBrzina(t) = (x(t), y(t), z(t), v_x(t), v_y(t), v_z(t))$$

Nizovi simbola

- često se informacija prikazuje kao niz simbola a ne kao funkcija vremena ili prostora
- nizovi simbola se pojavljuju kao
  - podaci
  - tok događaja
- nizovi simbola specijalna vrsta funkcija

Nizovi simbola – podaci

- primjer N-bitne binarne datoteke

$$b_1, b_2, b_3, \ldots\ldots, b_N \qquad b_i \in Binarni = \{0,1\}$$

- ovu datoteku tj. niz simbola možemo promotriti kao funkciju

$$Datoteka : \{1,2,\ldots,N\} \to Binarni$$

s definiranim pridruživanjem

$$Datoteka(n) = b_n, \quad \forall n \in \{1,2,\ldots,N\}$$

Nizovi simbola - podaci

- primjer teksta dužine N riječi
- neka je kodomena skup *HrvatskeRiječi* tada tekst dužine N riječi možemo prikazati kao funkciju

$$HrvatskiTekst : \{1,2,\ldots,N\} \to HrvatskeRiječi$$

Nizovi simbola - podaci

- općenito niz podataka može biti prikazan kao funkcija

$$\mathit{Podaci} : \mathit{Indeksi} \to \mathit{Simboli}$$

gdje su $\mathit{Indeksi} \subset \mathit{Prirodni}$

Indeksi su dakle skup odgovarajućih prirodnih brojeva a *Simboli* odgovarajući skup simbola kao što su to bili *Binarni* ili *HrvatskeRiječi*

Nizovi simbola – tok događaja

- primjer toka događaja prigodom telefonskog poziva

- uobičajeni niz događaja je

$\mathit{DigniSlusalicu}, \mathit{CujTonBiranja}, \mathit{BirajBroj},$
$\mathit{CujTelefonskoZvono}, \mathit{CujOdgovorNazvanog}, \ldots$

Nizovi simbola – tok događaja

- u slučaju zauzeće niz događaja je

$\mathit{DigniSlusalicu}, \mathit{CujTonBiranja}, \mathit{BirajBroj},$
$\mathit{CujTonZauzeca}, \ldots$

- tok događaja može također biti prikazan funkcijom

$$\mathit{TokDogadjaja} : \mathit{Indeksi} \to \mathit{Simboli}$$

Diskretni signali i otipkavanje (uzorkovanje)

- diskretni signali po definiciji
  - dnevni tečaj stranih valuta,
  - dnevne cijene dionica,
  - godišnji broj studenata na pojedinim studijima,
  - godišnji broj putnika na pojedinim letovima.
- diskretni signali nastali otipkavanjem vremenski kontinuiranih signala

Diskretni signali i otipkavanje (uzorkovanje)

- vremenski kontinuirani signal *Glazba* otipkan frekvencijom otipkavanja 10 kHz (interval otipkavanja 0.0001 sec) definiran je samo u diskretnim trenucima vremena

$$\mathit{OtipkanaGlazba} : \{0, 0.0001, 0.0002, \ldots., 9.9999, 10\} \to \mathit{Tlak}$$

s pridruživanjem

$$\mathit{OtipkanaGlazba}(t) = \mathit{Glazba}(t)$$
$$\forall t \in \{0, 0.0001, 0.0002, \ldots., 9.9999, 10\}$$

Diskretni signali i otipkavanje (uzorkovanje)

- vremenski kontinuirani signal opisan eksponencijalnom funkcijom *Exp* otipkavamo s intervalom otipkavanja 0.2 sec
- funkcija

$$\mathit{Exp} : [-1,1] \to \mathit{Realni}$$

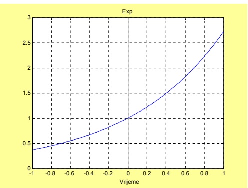
definirana je pridruživanjem

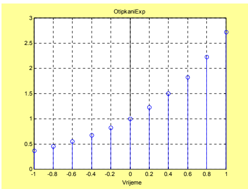
$$\mathit{Exp}(x) = e^x, \quad \forall x \in [-1,1]$$

Diskretni signali i otipkavanje (uzorkovanje)

- diskretni signal *OtipkanaExp* dobiven otipkavanjem *Exp* je

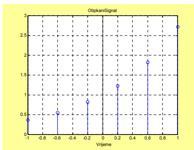
$$\mathit{OtipkanaExp} : \{-1, -0.8, \ldots.0.8, 1\} \to \mathit{Realni}$$

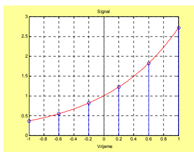


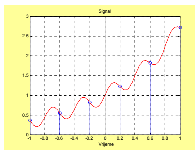


Otipkavanje i rekonstrukcija

- neka je diskretni signal *OtipkaniSignal* dobiven otipkavanjem kontinuiranog signala *Signal*
- je li moguća rekonstrukcija *OtipkaniSignal* → *Signal* ?



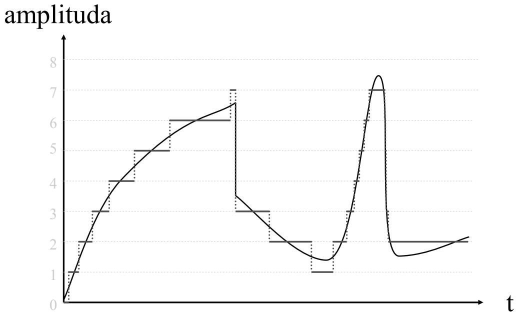




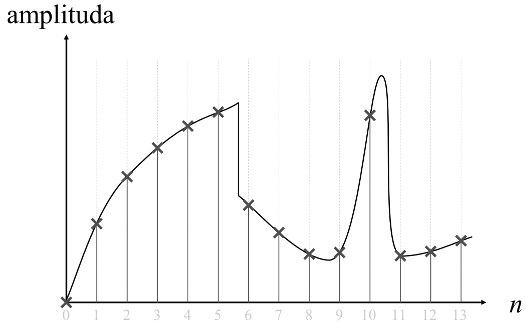
Kvantizacija područja vrijednosti

- prethodni primjeri signala *Glazba*, *Exp*, *OtipkanaGlazba* ili *OtipkanaExp* pretpostavljaju kodomenu iz kontinuiranog intervala [*a*,*b*] što rezultira beskonačnim brojem mogućih vrijednosti
- kvantizacijom intervala područja vrijednost postižemo konačni broj mogućih vrijednosti signala

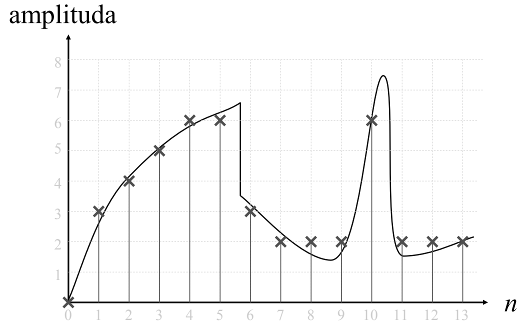
Primjer – kontinuirani signal s kvantiziranom amplitudom



Primjer – otipkavanje vremenski kontinuiranog signala

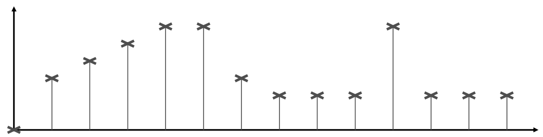


Primjer – kvantizacija po amplitudi i vremenu



Digitalni signali

- Vremenski diskretan signal s kvantiziranim amplitudama, prikazan uz pomoć konačnog broja znamenaka naziva se digitalnim



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	000	011	100	101	110	110	011	010	010	010	110	010	010	010

Funkcije

- funkcija definira odnos dvaju skupova: domene i kodomene (područja vrijednosti)
- ako svakom elementu iz domene odgovara jedan element iz kodomene tada je funkcija $f: X \to Y$ (preslikavanje *jedan - jedan*) dakle vrijedi

$$\forall x_1 \in X \wedge \forall x_2 \in X, \quad x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

- više elemenata domene može biti pridruženo jednom elementu u kodomeni

Funkcije

- ako svi elementi kodomene imaju svoj par u domeni onda je funkcija $f: X \to Y$ (preslikavanje *na*) i vrijedi

$$\forall y \in Y \, \exists x \in X, \quad f(x) = y$$

Funkcije – deklarativno pridruživanje

- neka je funkcija

  $Exp: Kompleksni \to Kompleksni$

  definirana pridruživanjem

$$\forall z \in Kompleksni, \quad Exp(z) = e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$$

- definicija funkcije *Exp* deklarativna je jer ona deklarativno definira svojstva funkcije bez direktnog objašnjenja kako realizirati funkciju

Funkcije – deklarativno pridruživanje

- općenito, deklarativna definicija funkcije f je kako slijedi

$$f: X \to Y$$

uz

$$\forall x \in X, \quad f(x) = \text{matematički izraz po } x$$

- ovdje definiramo svaki element kodomene za svaki element domene ali ne definirajući kako ga izračunati

Funkcije – procedure

- odnos između elemenata domene i kodomene može biti dan procedurom u nekom standardnom jeziku
- procedure se nazivaju *imperativnim* definicijama funkcija budući one daju metodu kako pridružiti elemente domene i kodomene
- slijedi primjer imperativne definicije funkcije *Exp*

Funkcije – imperativno pridruživanje

```
% Izracunaj exp(z).
pomocni_rezultat = 0;
pomocni_z = 1;
pomocni_i = 1;
for i = 1 : n
        pomocni_rezultat = pomocni_rezultat + pomocni_z / pomocni_i;
        pomocni_z = pomocni_z * z;
        pomocni_i = pomocni_i * i;
end

% Vrati dobiveni rezultat.
rezultat = pomocni_rezultat;
```


Funkcije – procedure

- deklarativna i imperativna definicija funkcije nisu nužno iste
- tako je npr. u slučaju funkcije $Exp(z)$ njezina imperativna definicija, uz pomoć prethodne procedure za izračunavanje, tek aproksimacija $Exp(z)$

Funkcije – tablice

- veza elemenata domene i kodomene može se dati eksplicitno putem tablica
- primjer:

domena	kodomena
1	A
2	C
3	I
4	L
6	B
6	A
7	T

tablica je imperativna definicija funkcije

Funkcije – grafovi

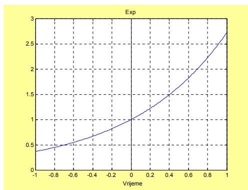
- veza elemenata domene i kodomene može se dati i pomoću grafa
- graf je podskup od $X \times Y$ i definiran je kao

$$graf(f) = \{(x,y) | x \in X \wedge y = f(x)\}$$
$$= \{(x, f(x)) | x \in X\}$$

Funkcije – grafovi

- prikazan je graf funkcije Exp,

$$graf(Exp) = \{(t, e^t) | t \in [-1,1]\}$$



Funkcije – kompozicija

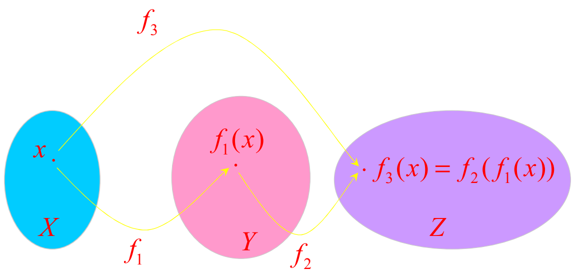
- nova funkcija može biti definirana (dobivena) kompozicijom prije definiranih funkcija
- neka su definirane dvije funkcije f_1 i f_2

$$f_1 : X \to Y$$
$$f_2 : Y \to Z$$

tada je $f_3 : X \to Z$ i vrijedi

$$\forall x \in X, \quad f_3(x) = (f_2 \circ f_1)(x) = f_2(f_1(x))$$

Funkcije – kompozicija



Funkcije – kompozicija

- ovako definirana funkcija naziva se kompozicija funkcija i označava se

$$f_3 = f_2 \circ f_1$$

Klasa signala, prostor signala, prostor funkcija

- neka je signal $x: D \to K$
- skup X svih signala x naziva se klasom ili prostorom signala ili prostorom funkcija
- pišemo:

$$X = [D \to K] = \{x | x : D \to K\}$$

čitamo "X, što možemo i pisati kao $[D \to K]$, je skup svih x takovih da $x: D \to K$

Klasa signala, prostor signala, prostor funkcija

- skup svih signala *Glazba* trajanja [0,1] i područja vrijednosti *Tlak* se tada može pisati

$$GlazbaSignali = \left[[0,1] \to Tlak\right]$$

- skup svih binarnih datoteka duljine N je

$$BinarneDatoteke = [Indeksi \to Binarni]$$

gdje su $Indeksi = [1,2,\ldots,N]$

Sustavi kao funkcije

- sustav S je funkcija i transformira ulazni signal x u izlazni signal y pa je

$$y = S(x)$$

- sustav S je dakle funkcija koja preslikava prostor signala u prostor signala

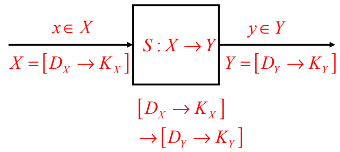
$$S : [D_X \to R_X] \to [D_Y \to R_Y]$$

Sustavi kao funkcije

- sustav S je dakle sveukupnost ul./izl. parova (x, y)

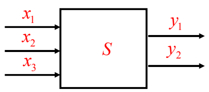
$$S = \{(x, y) | x \in X, y \in Y\}$$

- sustav S se prikazuje blokom



Sustavi kao funkcije

- sustavi mogu imati više ulaza i više izlaza
- za ovakve sustave često se koristi engleska skraćenica MIMO (multiple-input multiple-output)



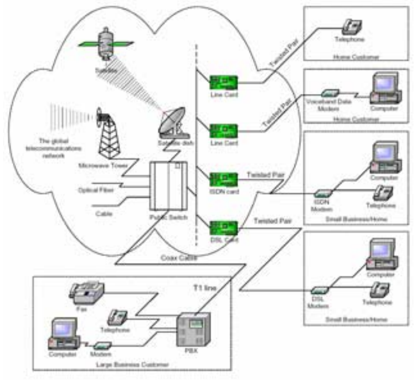


Figure 1.14: A portion of the global telecommunications network.

Source: Edward A. Lee and Pravin Varaiya: Structure and Interpretation of Signals and Systems, author permission

Primjeri sustava

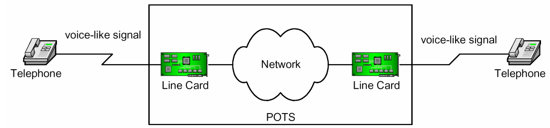


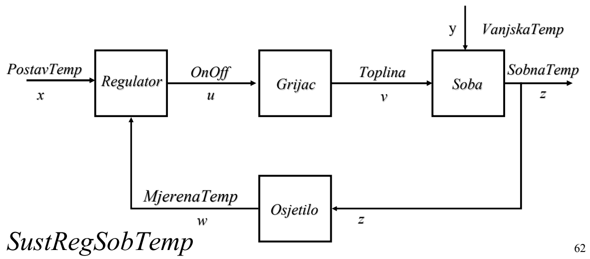
Figure 1.15: Abstraction of plain-old telephone service (POTS).

Source: Edward A. Lee and Pravin Varaiya: Structure and Interpretation of Signals and Systems, author permission

Primjeri sustava

Sustav regulacije sobne temperature

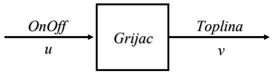
- sustav grijanja putem toplog zraka za zagrijavanje sobe na zadanu temperaturu



Sustav s povratnom vezom

- prva zadaća je specificirati domenu i kodomenu za ulaze i izlaze svih komponenti sustava
- za međusobno povezane komponente treba osigurati podudarnost izlaza jedne s ulazom druge povezane komponente

Sustav s povratnom vezom



- grijač – generira topli zrak kada je uključen tj. On
- $OnOff$, ulazni signal u grijač, je funkcija vremena koja poprima jednu od dvije vrijednosti On ili Off

$$OnOff : Vrijeme \to \{On, Off\}$$

Sustav s povratnom vezom

- promatramo realni grijač pa je

$$Vrijeme = Realni_+$$

- prostor ulaznih signala u grijač definiran je tada klasom

$$OnOffKlasa = \left[Realni_+ \to \{On, Off\}\right]$$

Sustav s povratnom vezom

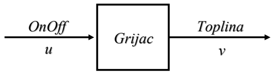
- kada je grijač On generira iznos topline koja ovisi o njegovoj ugrađenoj snazi grijanja (kW ili BTU/h)
- izlazni signal iz grijača - $Toplina$ - je funkcija:

$$Toplina : Realni_+ \to \{O, B_c\}$$

- prostor izlaznih signala iz grijača označimo klasom

$$ToplinaKlasa = \left[Realni_+ \to \{O, B_c\}\right]$$

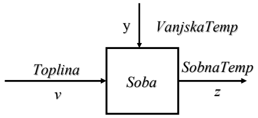
Sustav s povratnom vezom



- sustav $Grijac$ opisujemo tada funkcijom

$$Grijac : OnOffKlasa \to ToplinaKlasa$$

Sustav s povratnom vezom



- temperatura sobe ovisi o toplini koju generira grijač i o vanjskoj temperaturi pa je ulazni signal par ($Toplina$, $VanjskaTemp$)

Sustav s povratnom vezom

- vanjska temperatura označena kao signal $VanjskaTemp$ je funkcija

$$VanjskaTemp : Realni_+ \to [min, max]$$

gdje je $[min, max]$ područje mogućih vanjskih temperatura mjerenih u stupnjevima Celsiusa

- slično se opisuje izlazni signal sustava $Soba$

$$SobnaTemp : Realni_+ \to [min, max]$$

Sustav s povratnom vezom

- prostori ulaznih i izlaznih signala sustava $Soba$ su

$$ToplinaKlasa = \left[Realni_+ \to \{O, B_c\}\right]$$
$$VanjskaTempKlasa = \left[Realni_+ \to [min, max]\right]$$
$$SobnaTempKlasa = \left[Realni_+ \to [min, max]\right]$$

- ponašanje sustava $Soba$ može se opisati funkcijom

$$Soba : ToplinaKlasa \times VanjskaTempKlasa \to SobnaTempKlasa$$

Sustav s povratnom vezom

- prostori ulaznih i izlaznih signala sustava $Osjetilo$ su

$$SobnaTempKlasa = \left[Realni_+ \to [min, max]\right]$$
$$MjerenaTempKlasa = \left[Realni_+ \to [min, max]\right]$$

- ponašanje sustava $Osjetilo$ opisuje se tada funkcijom

$$Osjetilo : SobnaTempKlasa \to MjerenaTempKlasa$$

Sustav s povratnom vezom

- prostori ulaznih i izlaznih signala sustava $Regulator$ su

$$PostavTempKlasa = \left[Realni_+ \to [min, max]\right]$$
$$MjerenaTempKlasa = \left[Realni_+ \to [min, max]\right]$$
$$OnOffKlasa = \left[Realni_+ \to \{On, Off\}\right]$$

- ponašanje sustava $Regulator$ opisuje se tada funkcijom

$$Regulator : PostavTempKlasa \times MjerenaTempKlasa \to OnOffKlasa$$

Sustav s povratnom vezom

- finalno moguće je uz definirane prostore ulaznih i izlaznih signala cjelokupnog sustava regulacije sobne temperature

$$PostavTempKlasa = \left[Realni_+ \to [min, max] \right]$$

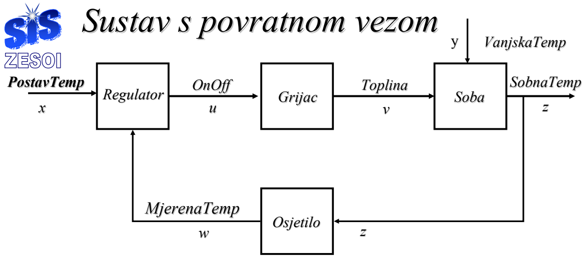
$$VanjskaTempKlasa = \left[Realni_+ \to [min, max] \right]$$

$$SobnaTempKlasa = \left[Realni_+ \to [min, max] \right]$$

definirati funkciju koja ga opisuje

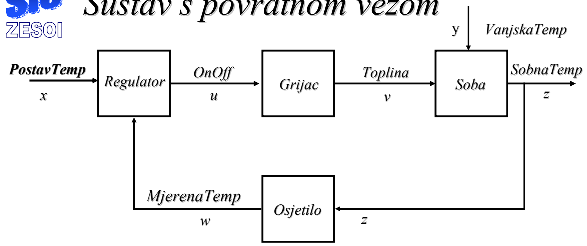
$$SustRegSobTemp : PostavTempKlasa \times VanjskaTempKlasa \to SobnaTempKlasa$$

Sustav s povratnom vezom



- za zadani ulazni signal x postavljene temperature i uz dane vrijednosti y vanjske temperature možemo izračunati $z=SustRegSobTemp(x,y)$ rješavanjem četiri simultanih jednadžbi

Sustav s povratnom vezom



$$u = Regulator(x, w)$$

$$v = Grijac(u)$$

$$z = Soba(y, v)$$

$$w = Osjetilo(z)$$

Sustav s povratnom vezom

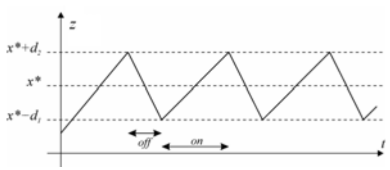
- da bi se riješile ove jednadžbe potrebno je specificirati ponašanje svakog od sustava *Osjetilo*, *Regulator*, *Grijac*, *Soba*,
- postavljena temperatura neka je konstanta x^* tada je za svaki t iz skupa $Realni_+$,

$$x(t) = x^*$$

- očekuje se da temperatura sobe fluktuira oko postavljene temperature x^*

Sustav s povratnom vezom

- za potrebe ovog primjera pretpostavimo da se u sustavu *Soba* temperatura linearno mijenja



Sustav s povratnom vezom

- uloga komponente *Osjetilo* je mjerenje temperature sobe pa je stoga

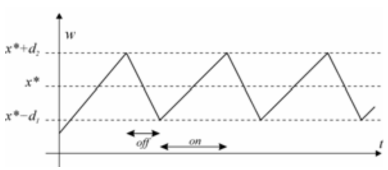
$$w(t) = Osjetilo(z)(t) = z(t)$$

za $\quad \forall z \quad \wedge \quad \forall t \in Realni_+$

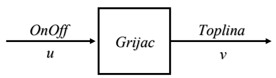
Sustav s povratnom vezom

- komponentu *Regulator* se, za sve x, w, te za svaki t iz skupa $Realni_+$, opisuje na slijedeći način

$$u(t) = Regulator(x,w)(t) = \begin{cases} On, \text{ako } w(t) - x(t) \le -d_1 \\ Off, \text{ako } w(t) - x(t) \ge d_2 \end{cases}$$



Sustav s povratnom vezom



- komponentu *Grijac* se, za svaki u te za svaki t iz skupa $Realni_+$, opisuje na slijedeći način

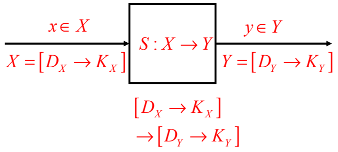
$$v(t) = Grijac(u)(t) = \begin{cases} 0, \text{ako } u(t) = Off \\ B_c, \text{ako } u(t) = On \end{cases}$$

Opis sustava pomoću blok dijagrama

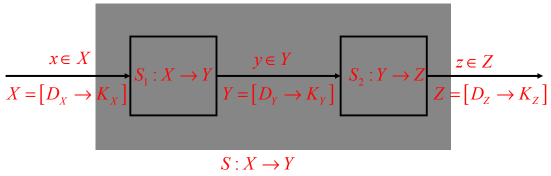
- u dosadašnjim primjerima već smo koristili blok dijagrame kako bi neformalno opisali sustave razmotrimo detaljnije slaganje više funkcijskih blokova u jedan složeniji sustav

Opis sustava pomoću blok dijagrama

- sustav S se prikazuje blokom



Opis sustava pomoću blok dijagrama



- funkcija S opisuje sustav koji je nastao spajanjem sustava S_1 i S_2 u kaskadu

$$\forall x \in X, \quad S(x) = S_2(S_1(x)) \Leftrightarrow S = S_2 \circ S_1$$

Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer

- primjer

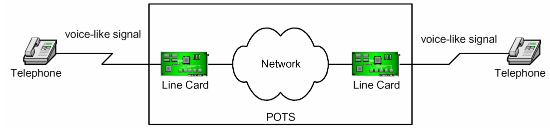
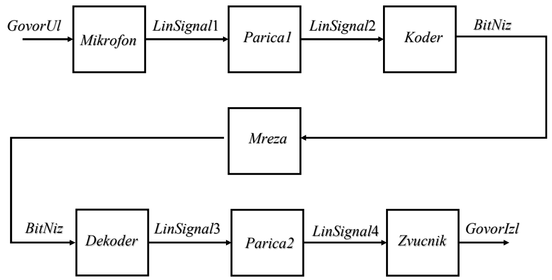


Figure 1.15: Abstraction of plain-old telephone service (POTS).

Source: Edward A. Lee and Pravin Varaiya: Structure and Interpretation of Signals and Systems, author permission

Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer



Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer

- neka su *Govori* skup svih mogućih ulaznih signala u telefonski mikrofon oblika

$$GovorUl : Vrijeme \to Tlak$$

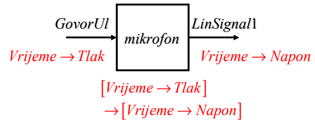
- pa su *Govori* prostor signala

$$Govori = [Vrijeme \to Tlak]$$

- mikrofon (telefon) pretvara signal *GovorUl* u signal u skupu

$$LinSignali = [Vrijeme \to Napon]$$

Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer



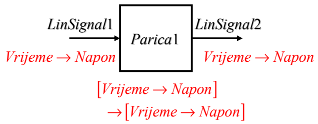
- pa definiramo

$$Mikrofon : [Vrijeme \to Tlak] \to [Vrijeme \to Napon]$$

- odnosno

$$Mikrofon : Govori \to LinSignali$$

Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer



- pa definiramo

$$Parica1 : [Vrijeme \to Napon] \to [Vrijeme \to Napon]$$

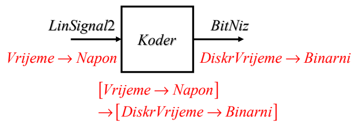
- odnosno

$$Parica1 : LinSignali \to LinSignali$$

Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer

- pa je ulaz u *Koder*

$$(Parica1 \circ Mikrofon)(GovorUl)$$



$$Koder : [Vrijeme \to Napon] \to [DiskrVrijeme \to Binarni]$$

- odnosno

$$Koder : LinSignali \to BitNizovi$$

Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer

- digitalna telefonska *Mreza* može se modelirati kao funkcija

$$Mreza : [DiskrVrijeme \to Binarni] \to [DiskrVrijeme \to Binarni]$$

- odnosno

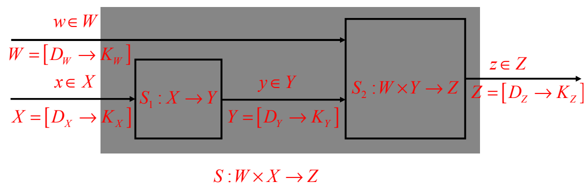
$$Mreza : BitNizovi \to BitNizovi$$

Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer

- na sličan način se definiraju ostali podsustavi pa se cjelokupni put signala *GovorUl* kroz telefonsku mrežu može prikazati kao kompozicija funkcija

$$Zvucnik \circ Parica2 \circ Dekoder \circ Mreza$$
$$\circ Koder \circ Parica1 \circ Mikrofon$$

Opis sustava pomoću blok dijagrama

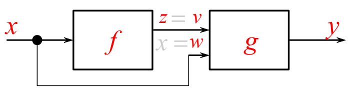


$$\forall (x,w) \in X \times W, \quad z = S(x,w) = S_2(w, S_1(x))$$

Složeni sustavi

- sustavi od kojih je sastavljen složeni sustav zovu se podsustavi
- dva i više objekata ili podsustava mogu se spojiti tako da zajedno čine jedan složeni sustav
- sustav s više ulaza i izlaza može se jednostavno razložiti na više sustava s više ulaza, ali samo s po jednim izlazom

Spajanje funkcijskih blokova u sustav

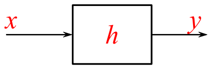


$$z = f(x)$$
$$y = g(v,w)$$

- jednadžbe spajanja:

$$\left.\begin{array}{l} v = z \\ w = x \end{array}\right\} \quad y = g(f(x), x)$$

$$y = h(x)$$



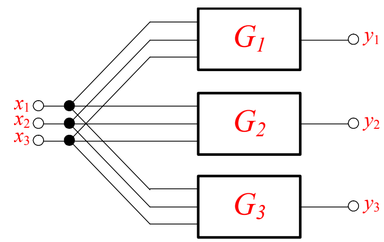
jedan funkcijski blok

Pravila spajanja

- izlazi iz blokova se ne spajaju međusobno
- svaki ulaz bloka spaja se na izlaz nekog bloka ili je ulaz u spojeni složeni sustav
- svi ulazi podsustava su angažirani
- izlaz bloka može biti izlaz složenog sustava
- najmanje jedan izlaz podsustava je izlaz spojenog sustava

Složeni sustavi

- složeni sustav:



Spajanje sustava

- neka sustavi S_1 i S_2 imaju ulaze $\{x_{1i}$ za $i = 1, 2, ..., m_1\}$ i $\{x_{2j}$ za $j = 1, 2, ..., m_2\}$ i izlaze $\{y_{1k}$ za $k = 1, 2, ..., r_1\}$ i $\{y_{2l}$ za $l = 1, 2, ..., r_2\}$.
- sustavi S_1 i S_2 su spojeni ako je barem jedna varijabla $x_{1i}(t)$ ulaza sustava S_1 izjednačena s jednom varijablom $y_{2k}(t)$ izlaza sustava S_2 za svaki t tj.

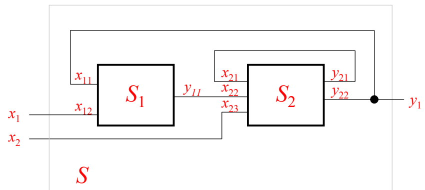
$$x_{1i}(t) = y_{2l}(t), \ i \in [1, m_1] \text{ i } l \in [1, r_2]$$
$$x_{2j}(t) = y_{1k}(t), \ j \in [1, m_2] \text{ i } k \in [1, r_1]$$

Primjer

- neka je $m_1 = 2$, $m_2 = 3$, $r_1 = 2$, $r_2 = 3$, $m = 2$ i $r = 3$.

$$y_{11} = F_{11}(x_{11}, x_{12})$$
$$y_{12} = F_{12}(x_{11}, x_{12})$$
$$y_{21} = F_{21}(x_{21}, x_{22}, x_{23})$$
$$y_{22} = F_{22}(x_{21}, x_{22}, x_{23})$$
$$y_{23} = F_{23}(x_{21}, x_{22}, x_{23})$$

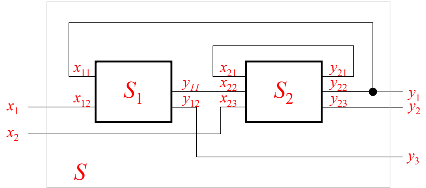
Primjer-nastavak



- jednadžbe spajanja mogu biti:

ulazi u S_1	ulazi u S_2
$x_{11}(t) = y_{22}(t)$ $x_{12}(t) = x_1(t)$	$x_{21}(t) = y_{21}(t)$ $x_{22}(t) = y_{11}(t)$ $x_{23}(t) = x_2(t)$

Primjer-nastavak



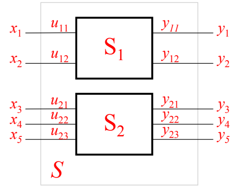
- varijable složenog sustava:

ulazi u S	izlazi S
$x_1(t)$	$y_1(t) = y_{22}(t)$
$x_2(t)$	$y_2(t) = y_{23}(t)$
	$y_3(t) = y_{12}(t)$

Primjer

- sustav složen od dva nezavisna podsustava:

ulazi u S	izlazi iz S
$x_1(t)$	$y_1(t) = y_{11}(t)$
$x_2(t)$	$y_2(t) = y_{12}(t)$
$x_3(t)$	$y_3(t) = y_{21}(t)$
$x_4(t)$	$y_4(t) = y_{22}(t)$
$x_5(t)$	$y_5(t) = y_{23}(t)$



- ulazi x_1, x_2 ne djeluju na izlaze y_3, y_4, y_5.
- ulazi x_3, x_4, x_5 ne utječu na izlaze y_1 i y_2.

Primjer-nastavak

- složeni sustav zadanih ili željenih svojstava može se dobiti sintezom jednostavnih sustava u kompleksniji.
- razlaganjem ili analizom sustava možemo dobiti dobar uvid u vladanje sustava i utjecaj pojedinih podsustava.