Podsjetimo se…

- zadnji puta:
  - bezmemorijski sustavi
  - eksplicitni i implicitni sustavi
  - spojna lista
  - opisivanje memorijskih sustava
  - definicija konačnih automata

a danas ……

- danas ćemo razmotriti:
  - nedeterminističke automate
  - ekvivalenciju automata
  - kaskadu automata
  - povratnu vezu automata

Automati

- automat se definira uređenom petorkom

$$Automat = (Stanja, Ulazi, Izlazi, FunkcijaPrijelaza, pocetnoStanje)$$

značenje ovih imena je

Stanja - *prostor stanja*

Ulazi - ulazni skup znakova ili *ulazni alfabet*

Izlazi – izlazni skup znakova ili *izlazni alfabet*

$pocetnoStanje \in Stanja$ je pocetno stanje

$$FunkcijaPrijelaza : Stanja \times Ulazi \to Stanja \times Izlazi$$

Automati

- *Ulazi* i *Izlazi* su skupovi mogućih ulaznih odnosno izlaznih znakova
- skup *UlazniSignali* sastoji se od svih beskonačnih nizova ulaznih znakova

$$UlazniSignali = [Prirodni_0 \to Ulazi]$$

- skup *IzlazniSignali* sastoji se od svih beskonačnih nizova izlaznih znakova

$$IzlazniSignali = [Prirodni_0 \to Izlazi]$$

Automati

- neka je ulazni signal

$$u \in UlazniSignali$$

- pojedini znak u signalu može se označiti

$$u(n), \quad \forall n \in Prirodni_0$$

n ovdje nužno ne predstavlja trenutak u vremenu već korak (poziciju) u nizu

- cijeli ulazni signal je niz

$$(u(0), u(1), u(2), ..., u(n), ...)$$

Automati

- automat opisan petorkom

$$Automat = (Stanja, Ulazi, Izlazi, FunkcijaPrijelaza, pocetnoStanje)$$

definira funkciju

$$F : UlazniSignali \to IzlazniSignali$$

dakle

$$\forall u \in UlazniSignali \quad \Rightarrow \quad y = F(u)$$

Automati

- ali i definira postupak za izračunavanje ove funkcije za određeni ulazni signal
- niz stanja u pojedinim koracima, *odziv stanja*, $(x(0), x(1), \ldots)$ i izlazni signal y se konstruiraju, korak po korak, kako slijedi

$$x(0) = pocetnoStanje$$

i

$$\forall n \geq 0, \quad (x(n+1), y(n)) = FunkcijaPrijelaza(x(n), u(n))$$

- svaki gornji izračun se naziva *reakcija* ili *odziv*

Automati

- pogodno je funkciju *FunkcijaPrijelaza* razložiti u dvije funkcije

funkciju narednog stanja

$$naredno Stanje : Stanja \times Ulazi \to Stanja$$

i *izlaznu funkciju*

$$izlaz : Stanja \times Ulazi \to Izlazi$$

pa pišemo $x(n+1) = narednoStanje(x(n), u(n))$

odnosno $y(n) = izlaz(x(n), u(n))$

Automati

- zaključno

$$\forall x(n) \in Stanja \wedge \forall u(n) \in Ulazi,$$

$$(x(n+1), y(n)) = FunkcijaPrijelaza(x(n), u(n)) = (narednoStanje(x(n), u(n)), izlaz(x(n), u(n)))$$

Automati

- definira se specijalni, “ne čini ništa”, ulazni znak koji nazivamo *odsutan* (*absent*)
- pri čemu je ovaj znak uvijek mogući ulaz i izlaz pa je

$$odsutan \in Ulazi \quad odsutan \in Izlazi$$

- kada je $u(n)=odsutan$
  - tada se stanje ne mijenja pa je $x(n+1)=x(n)$
  - tada je izlaz također odsutan tj. $y(n)=odsutan$

Automati - primjer

- primjer: igra bacanja novčića u kojoj se postiže *pobjeda* nakon tri uzastopne *glave* a gubi se (*poraz*) dobivanjem *pisma* prije tri glave u nizu
- da bi se definiralo automat koji u potpunosti opisuje ovu igru treba definirati svih pet elemenata petorke

$$(Stanja, Ulazi, Izlazi, FunkcijaPrijelaza, pocetnoStanje)$$

Primjer: definiranje automata

$$Stanja = \{0\_glava, 1\_glava, 2\_glave\}$$

$$Ulazi = \{glava, pismo\}$$

$$Izlazi = \{pobjeda, poraz, odsutan\}$$

$$pocetnoStanje = \{0\_glava\}$$

funkcija *FunkcijaPrijelaza* može se definirati tablicom

Primjer - FunkcijaPrijelaza

$(x(n+1), y(n))=FunkcijaPrijelaza(x(n), u(n))$

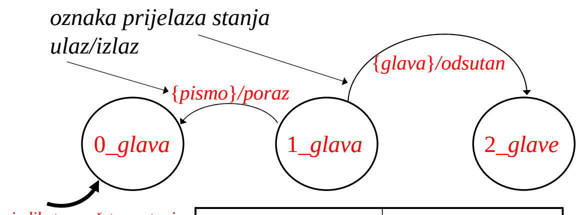
	$u(n)=glava$	$u(n)=pismo$
$x(n)=0\_glava$	$(1\_glava, odsutan)$	$(0\_glava, poraz)$
$x(n)=1\_glava$	$(2\_glave, odsutan)$	$(0\_glava, poraz)$
$x(n)=2\_glave$	$(0\_glava, pobjeda)$	$(0\_glava, poraz)$

Dijagram prijelaza stanja

- da bi se kreirao dijagram prijelaza stanja, kraće dijagram stanja, za automat, prvo se ucrtaju krugovi koji predstavljaju moguća stanja

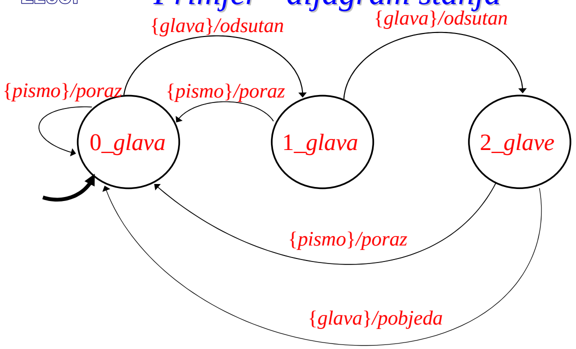
Primjer - dijagram stanja

- za svaku kombinaciju ulaza i stanja nacrtati strelicu od trenutnog stanja u naredno stanje

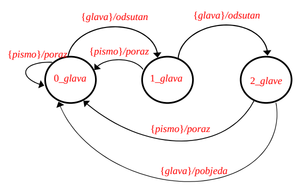


	$u(n) = pismo$	$u(n) = glava$
$x(n)=1\_glava$	$(0\_glava, poraz)$	$(2\_glave, odsutan$

Primjer - dijagram stanja



Primjer - dijagram stanja



stanja
0_glava - postignuto nula glava
1_glava – postignuta jedna glava
2_glave – postignuto dvije glave

ulazi
pismo – rezultat bacanja pismo
glava – rezultat bacanja glava

izlazi
poraz – nisu postignute tri glave u nizu
pobjeda – postignute tri glave u nizu
odsutan – ni pobjeda ni poraz

Automati - činjenice

- automati o kojima smo do sada govorili nazivaju se Mealyevi automati i za njih je karakteristično da izlazni znak ovisi o ulaznom znaku i znaku stanja
- definiraju se i Mooreovi automati kod kojih je izlaz samo funkcija trenutnog stanja i neovisan je vanjskom ulazu

Još o Automatima

- svaki prijelaz i izlaz ovise samo o trenutnom stanju i trenutnom ulazu
- prethodni ulazni znakovi utječu na prijelaz i izlaz samo u onoj mjeri u kojoj određuju trenutno stanje
- prijelaz će biti određen za svaku moguću kombinaciju ulaza i trenutnih stanja
- ako prijelaz nije prikazan za pojedini ulaz, pretpostavlja se da je prijelaz u isto stanje i da je izlaz *odsutan*

Još o Automatima

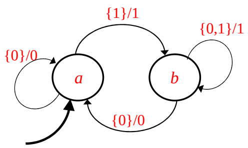
- ako više od jednog ulaznog znaka vodi na isti prijelaz i izlaz oznaka prijelaza “ulaz/izlaz” može sadržavati oznaku skupa ulaznih znakova
- ako za neki automat vrijedi da postoji točno jedan mogući prijelaz za svaku kombinaciju trenutnog stanja i ulaza tada govorimo o determinističkom automatu

Još o Automatima

- automat je *receptivan* ako postoji barem jedan prijelaz za svaku kombinaciju trenutnog stanja i ulaza
- nedeterministički automat može imati više od jednog mogućeg prijelaza za svaku kombinaciju trenutnog stanja i ulaza

Nedeterministički automati

- dakle nedeterministički automati se razlikuju od determinističkih po činjenici da dopuštaju više nego jedan prijelaz za dano trenutno stanje i ulaz



  - kada je stanje $x(n)=b$ i ako je $u(n)=0$ naredno stanje $x(n+1)$ može biti ili a ili b
  - izlaz $y(n)$ može biti ili 0 ili 1
- model ne kazuje kako je izbor prijelaza načinjen

Nedeterministički automati

- slično determinističkim i nedeterministički automati se prikazuju petorkom

$(Stanja, Ulazi, Izlazi,$
$moguca Funkcija Prijelaza, pocetno Stanje)$

- razlika je u definiciji prijelazne funkcije koja je ovdje nazvana *mogucaFunkcijaPrijelaza*
- *mogucaFunkcijaPrijelaza* definira se kako slijedi

Nedeterministički automati

- za dani ulaz $u(n)$ i trenutno stanje $x(n)$ *mogucaFunkcijaPrijelaza* namiče skup mogućih narednih stanja $x(n+1)$ i izlaza $y(n)$

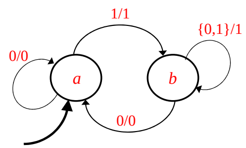
$$mogucaFunkcijaPrijelaza: Stanja \times Ulazi \rightarrow P(Stanja \times Izlazi)$$

- pri čemu je $P(Stanja \times Izlazi)$ partitivni skup od $(Stanja \times Izlazi)$ dakle skup svih podskupova od spomenutog skupa

Nedeterministički automati

- prema tome, svaki podskup od $(Stanja \times Izlazi)$ je element od $P(Stanja \times Izlazi)$ pa je područje vrijednosti funkcije *mogucaFunkcijaPrijelaza* je skup uređenih parova iz $P(Stanja \times Izlazi)$

Nedeterministički automati

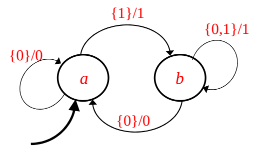


$Stanja = \{a,b\}$
$Ulazi = \{0,1,odsutan\}$
$Izlazi = \{0,1,odsutan\}$
$pocetnoStanje = a$

$(x(n+1), y(n)) = mogucaFunkcijaPrijelaza(x(n), u(n))$

	$u(n)=0$	$u(n)=1$
$x(n) = a$	$\{(a,0)\}$	$\{(b,1)\}$
$x(n) = b$	$\{(b,1),(a,0)\}$	$\{(b,1)\}$

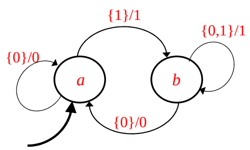
Nedeterministički Automati



za ovaj automat postoji, za isti ulazni signal, više nizova mogućih stanja i izlaza:

ulazni niz znakova (0,1,0,1,0,1,……)
stanja sustava (a,a,b,a,b,a,b,…….)
izlazni niz znakova (0,1,0,1,0,1,……)

Nedeterministički Automati



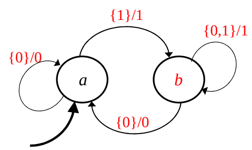
ali i slijedeće mogućnosti

ulazni niz znakova (0,1,0,1,0,1,……)

stanja sustava (*a,a,b,b,b,b,*…….)

izlazni niz znakova (0,1,1,1,1,1,……)

Nedeterministički Automati



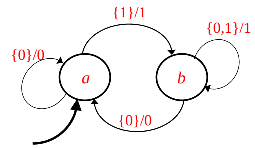
te treća mogućnost

ulazni niz znakova (0,1,0,1,0,1,……)

stanja sustava (*a,a,b,b,a,b,*…….)

izlazni niz znakova (0,1,1,1,0,1,……)

Nedeterministički Automati



i četvrta mogućnost

ulazni niz znakova (0,1,0,1,0,1,……)

stanja sustava (*a,a,b,a,b,b,*…….)

izlazni niz znakova (0,1,0,1,1,1,……)

Konačni automati – primjer parkirnog sata

- nedeterministički automati, se često koriste pri simuliranju automata složene strukture s automatom jednostavnije strukture
- razmotrimo ovdje primjer 60 minutnog parkirnog sata čiji ćemo rad opisati uz pomoć jednog konačnog automata

Konačni automati – primjer parkirnog sata

- tri ulazna znaka *kov*5, *kov*25 i *otkucaj*
  - *kov*5 – ubacivanje kovanice u vrijednosti 5 minuta parkiranja
  - *kov*25 – ubacivanje kovanice u vrijednosti 25 minuta parkiranja
  - *otkucaj* – protek jedne minute parkirnog sata
- sat pokazuje preostalo vrijeme prije "*istek*"-a 60 minuta

Konačni automati – primjer parkirnog sata

- kada se pojavi ulazni znak *kov*5, vrijeme se uveća za 5 minuta (do maksimalno 60)
- kada se pojavi ulazni znak *kov*25, vrijeme se uveća za 25 minuta (do maksimalno 60)
- kada se pojavi ulazni znak *otkucaj* vrijeme se umanjuje za 1 minutu (do minimuma od 0 minuta)
- kada preostalo vrijeme postane jednako 0 parkirni sat postavlja poruku vrijeme *istek*lo

Konačni automati – primjer parkirnog sata

- definiramo konačni automat parkirnog sata

$$Stanja = \{0, 1, 2, ..., 60\}$$

$$Ulazi = \{kov5, kov25, otkucaj, odsutan\}$$

$$Izlazi = \{istek, 1, 2, ..., 60, odsutan\}$$

$$pocetnoStanje = 0$$

$$FunkcijaPrijelaza : Stanja \times Ulazi \rightarrow Stanja \times Izlazi$$

gdje je funkcija prijelaza pobliže definirana kako slijedi

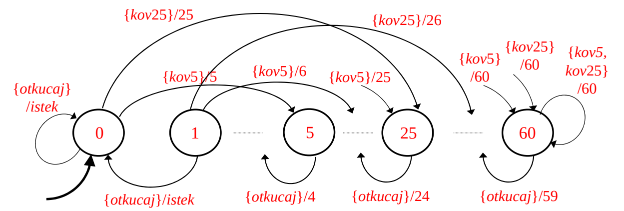
Konačni automati – primjer parkirnog sata

$$\forall x(n) \in Stanja, \quad u(n) \in Ulazi$$

$$FunkcijaPrijelaza(x(n), u(n)) =$$

$$= \begin{cases} (0, istek) & u(n) = otkucaj \wedge (x(n) = 0 \vee x(n) = 1) \\ (x(n) - 1, x(n) - 1) & u(n) = otkucaj \wedge x(n) > 1 \\ (\min(x(n) + 5, 60), \min(x(n) + 5, 60)) & u(n) = kov5 \\ (\min(x(n) + 25, 60), \min(x(n) + 25, 60)) & u(n) = kov25 \\ (x(n), odsutan) & u(n) = odsutan \end{cases}$$

Deterministički model parkirnog sata



- primjer: neka je dan ulazni niz

  ($kov25$, $otkucaj^{18}$, $kov5$, $otkucaj^{10}$, $otkucaj^{4}$,….)

  izlazni niz je

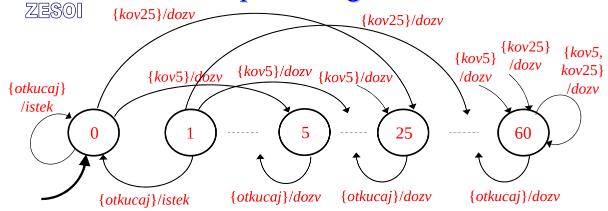
  (*istek*, 25, 24, ..., 8, 7, 12, 11, 10,…., 3, 2, 1, *istek*, ...)

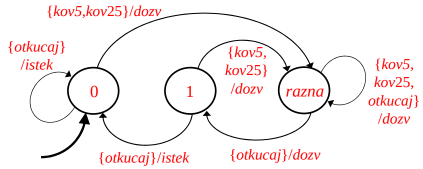
Konačni automati – primjer parkirnog sata

- definiramo konačni automat parkirnog sata sa stajališta nadziratelja parkiranja
- za nadziratelja parkiranja nezanimljiv je podatak o preostalom vremenu jer njega zanima samo je li parkiranje unutar *dozv*oljenog vremena ili je ono *istek*lo
- sukladno tom pristupu redefiniramo model na način da su sada *Izlazi*

$$Izlazi = \{dozv, istek, odsutan\}$$

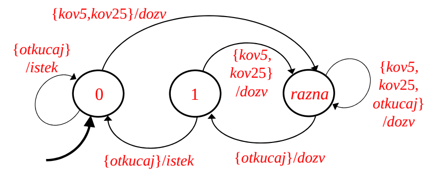
Nedeterministički model parkirnog sata



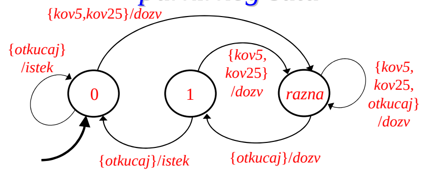


Nedeterministički model parkirnog sata

- nedeterministički model parkirnog sata sadrži manje detalja i predstavlja apstrakciju izvornog determinističkog modela



Nedeterministički model parkirnog sata



- ovdje su, međutim, mogući odzivi koji su u slučaju determinističkog modela nemogući

ulazni niz znakova (*kov5*, *otkucaj*, *otkucaj*, *otkucaj*,…)
stanja sustava (*razna*, *razna*, 1, 0, 0, …)
izlazni niz znakova (*dozv*, *dozv*, *istek*, *istek*, …)

- a sada vi objasnite policajcu da je ovo samo nedeterministički model stvarnog parkirnog sata

Vladanja (ponašanja) automata

- *Vladanja* automata opisujemo parom (u,y) gdje je u ulazni niz a y odgovarajući izlazni niz
- definiramo

$$Vladanja = \{(u,y) \in [Prirodni_0 \to Ulazi] \times [Prirodni_0 \to Izlazi] \mid y \text{ je mogući izlazni niz za ulaz } u\}$$

Vladanja (ponašanja) automata

- za determinističke automate postoji samo jedan izlazni niz y za svaki ulazni niz u
- *Vladanja* automata je tada graf funkcije tj. svaki element domene $[Prirodni_0 \to Ulazi]$ se preslikava u jedan element u $[Prirodni_0 \to Izlazi]$

Vladanja (ponašanja) automata

- za nedeterminističke automate za jedan ulazni niz iz $[Prirodni_0 \to Ulazi]$ postoji više mogućih izlaznih nizova u $[Prirodni_0 \to Izlazi]$
- *Vladanja* automata tada nije funkcija već relacija

Ekvivalencija automata

- dva različita automata mogu biti ekvivalentna na način da za isti ulazni niz generiraju isti izlazni niz
- definiraju se dvije relacije ekvivalencije
  - simulacija
  - bisimulacija

Ekvivalencija automata

- kažemo da automat A simulira automat B ako za bilo koji ulazni niz svaki izlazni niz automata B je također mogući izlazni niz automata A
- kažemo da A bisimulira B ako A simulira B i B simulira A

Relacije simulacije automata

- simulacijske relacije povezuju skupove dvaju automata
- one su skup uređenih parova koje uparuju stanje automata A s “ekvivalentnim” stanjem automata B

Relacije simulacije automata

- formalno kažemo da A simulira B ako postoji simulacijska relacija $S \subset Stanja_B \times Stanja_A$ takva da

1. $(pocetStanje_B, pocetStanje_A) \in S$, i
2. $\forall u(n) \in Ulazi, \quad \forall (x_B(n), x_A(n)) \in X,$

   i $\forall (x_B(n+1), y_B(n)) \in moguca FunkcijaPrijelaza(x_B(n), u(n)),$

   $\exists (x_A(n+1), y_A(n)) \in moguca FunkcijaPrijelaza(x_A(n), u(n))$

   takav da

   $(x_B(n+1), x_A(n+1)) \in X \quad$ i $\quad y_A(n) = y_B(n)$

Relacije simulacije automata

- izravno kazano A simulira B kada postoji takav skup parova stanja da bilo koji ulaz $u(n)$ prevodi oba automata iz ekvivalentnih stanja $(x_B(n), x_A(n))$ u ekvivalentna stanja $(x_B(n+1), x_A(n+1))$ generirajući pri tome isti izlaz $y_B(n) = y_A(n)$

Relacije simulacije automata

- ako A simulira B tada A ima sva *Vladanja* koja ima i B a možda i više

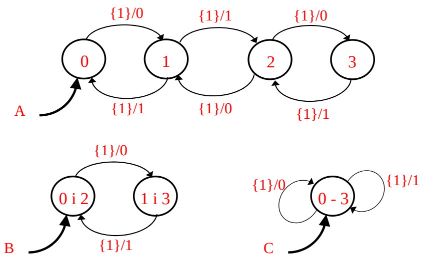
A simulira B $\Rightarrow Vladanja_B \subset Vladanja_A$

- ako A simulira B tada svako *Vladanje* koje je nemoguće za A je također nemoguće za B dakle

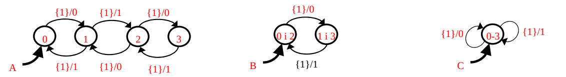
$$(u, y) \notin Vladanja_A \Rightarrow (u, y) \notin Vladanja_B$$

Simulacije automata - primjer

- dana su tri automata A, B, C

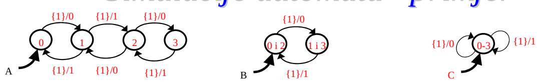


Simulacije automata - primjer



- C simulira A i B
- B simulira A ali i A simulira B
- B može pratiti svaku promjenu stanja (vladanje) A ali i A, koji je nedeterministički u dva stanja, može, na dva načina, pratiti svaku promjenu stanja B
- dakle simulacijske relacije nisu jednoznačne

Simulacije automata - primjer



- ako automat A iz stanja 1 uvijek izabere povratak u stanje 0 relacija simulacije je

$$S_{B,A} = \{(0 \text{ i } 2, 0), (1 \text{ i } 3, 1)\}$$

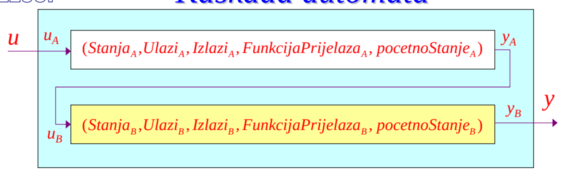
- ako automat A iz stanja 2 uvijek izabere povratak u stanje 1 relacija simulacije je

$$S_{B,A} = \{(0 \text{ i } 2, 0), (1 \text{ i } 3, 1), (0 \text{ i } 2, 2)\}$$

- inače

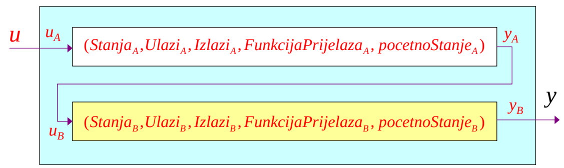
$$S_{B,A} = \{(0 \text{ i } 2, 0), (1 \text{ i } 3, 1), (0 \text{ i } 2, 2), (1 \text{ i } 3, 3)\}$$

Kaskada automata



- oba automata djeluju istovremeno (oba u koraku n)
- oba automata imaju svoja vlastita stanja, ulaze i izlaze
- izlaz automata A je ulaz u automat B
- djelovanje ulaza $u_A(n)$ propagira istovremeno kroz kaskadu za svaki korak - sinkronost

Kaskada automata - definicija



- definira se 5-torka za složeni automat (kaskadu)

Stanja= *Ulazi=*

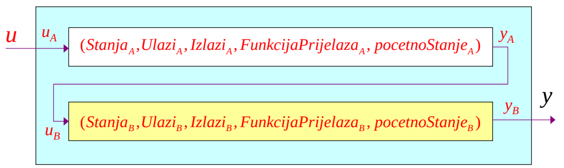
pocetnoStanje= *Izlazi=*

$$FunkcijaPrijelaza\big((x_A(n), x_B(n), u(n)\big) = \big((x_A(n+1), x_B(n+1), y(n)\big)$$

gdje $\big((x_A(n+1), y_A(n)\big) = FunkcijaPrijelaza_A\big((x_A(n), u(n)\big)$

i $\big((x_B(n+1), y(n)\big) = FunkcijaPrijelaza_B\big((x_B(n), y_A(n)\big)$

Kaskada automata - definicija

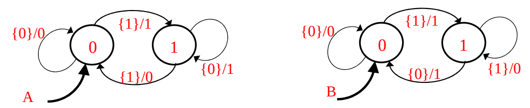


- važno je uočiti da "interni" izlaz $y_A(n)$ se koristi kao "interni" ulaz $u_B(n)$ u automat B
- prema tome da bi kaskadni spoj bio valjan mora biti

$$Izlazi_A \subset Ulazi_B$$

Kaskada automata - primjer

- neka su zadana dva automata A i B i spojimo ih u kaskadu tako da je izlaz iz automata A ulaz u automat B

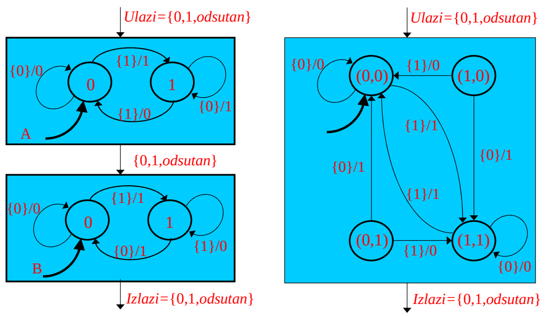


Kaskada automata - primjer

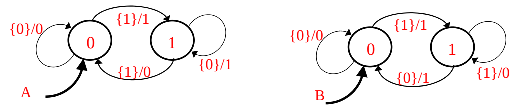
- za dva automata spojena u kaskadu može se nacrtati jedinstveni dijagram stanja:

1. nacrtaj krugove za svako stanje u $Stanja_A \times Stanja_B$
2. za svako stanje razmotri svaki mogući ulaz u A
   a) odredi odgovarajuće naredno stanje automata A
   b) odredi izlaz automata A koji tvori ulaz u automat B
   c) odredi odgovarajuće naredno stanje automata B
   d) odredi izlaz automata B
   e) ucrtaj prijelaznu strelicu u $(x_A(n+1), x_B(n+1))$
   f) označi prijelaznu strelicu s ulazom u automat A i izlazom iz automata B

Kaskada automata - primjer



Kaskada automata



Automat A	$(narednoStanje_A, izlaz_A)$ za $ulaz_A$		
$trenutnoStanje_A$	0	1	*odsutan*
0	(0,0)	(1,1)	(0, *odsutan*)
1	(1,1)	(0,0)	(1, *odsutan*)

Automat B	$(narednoStanje_B, izlaz_B)$ za $ulaz_B$		
$trenutnoStanje_B$	0	1	*odsutan*
0	(0,0)	(1,1)	(0, *odsutan*)
1	(0,1)	(1,0)	(1, *odsutan*)

	(*narednoStanje*, *izlaz*) za *ulaz*		
trenutnoStanje	0	1	*odsutan*
(0,0)	((0,0),0)	((1,1),1)	((0,0),*odsutan*)
(0,1)	((0,0),1)	((1,1),0)	((0,1),*odsutan*)
(1,0)	((1,1),1)	((0,0),0)	((1,0),*odsutan*)
(1,1)	((1,1),0)	((0,0),1)	((1,1),*odsutan*)

Kaskada automata - primjer

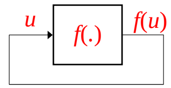
- iz prethodne tablice ili iz dijagrama stanja je vidljivo da stanja (0,1) i (1,0) nisu upravljiva ili dostupna iz početnog stanja
- stanje se naziva neupravljivim ili nedostupnim ako se nekim nizom ulaznih znakova početno stanje ne može prevesti u to stanje

Povratna veza

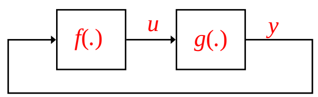
- elementarni spoj automata u povratnoj vezi je spoj u kojem je izlaz iz automata ujedno i ulaz u isti automat
- složenija je situacija spoja više automata koji mogu biti spojeni u petlje povratnih veza
- razmatramo slaganje sinkronih modela automata u povratnu vezu
- kod sinkronih automata izlazni znak je istodoban s ulaznim znakom pa će izlazni znak automata u povratnoj vezi ovisiti o ulaznom znaku koji opet ovisi o svom vlastitom izlaznom znaku

Povratna veza

- problem je sličan onom kod bezmemorijskih sustava
- primjer $u = f(u)$ za dani f



- primjer $u = f(y)$ i $y = g(u)$ za dane f i g



Povratna veza

- razmotrimo tri slučaja primjera $u = f(u)$ za dane f
- za $f: Realni \to Realni$ slijedi uz $\forall u \in Realni,$
- slučaj 1. – jedinstveno rješenje

$$f(u) = 1 - u \Rightarrow u = 1 - u \Rightarrow u = 0{,}5$$

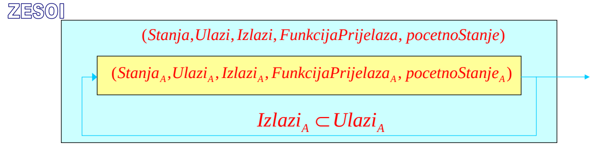
- slučaj 2. – nema realnog rješenja

$$f(u) = 1 + u^2 \Rightarrow u = 1 + u^2 \Rightarrow u = 0{,}5 \pm j0{,}5\sqrt{3}$$

- slučaj 3. – više rješenja

$$f(u) = u^2 \Rightarrow u = u^2 \Rightarrow u_1 = 0, \quad u_2 = 1$$

Povratna veza – automati bez ulaza



- razmatramo dakle spoj u kojem je izlaz automata A spojen je na njegov ulaz
- želimo odrediti složeni automat označen petorkom *(Stanja, Ulazi, Izlazi, FunkcijaPrijelaza, pocetnoStanje)* svjetloplavim blokom – automat bez ulaza
- on se ne uklapa u naš model automata koji pretpostavlja postojanje ulaza na koje automat djeluje (reagira)

Povratna veza – automati bez ulaza

- zato se uvodi nadomjesni ulazni znak, *djeluj* pa je ulazni alfabet

$$Ulazi = \{djeluj, odsutan\}$$

- ulazni znak *djeluj* interpretiramo kao nalog unutarnjem automatu za djelovanje

Povratna veza – automati bez ulaza

- problem je naći $y(n)$ koji je ujedno i ulazni znak

za $x(n) \in Stanja_A$, i $y(n) \in Izlazi_A$

$$\big(x(n+1), y(n)\big) = FunkcijaPrijelaza_A\big(x(n), y(n)\big)$$

Povratna veza – automati bez ulaza

- pogodno je, i ovdje funkciju *FunkcijaPrijelaza* razložiti u dvije funkcije

funkciju narednog stanja

$$narednoStanje : Stanja_A \times Ulazi_A \to Stanja_A$$

i *izlaznu funkciju*

$$izlaz_A : Stanja_A \times Ulazi_A \to Izlazi_A$$

pa pišemo $x(n+1) = narednoStanje\big(x(n), y(n)\big)$

odnosno $y(n) = izlaz_A\big(x(n), y(n)\big)$

Povratna veza – automati bez ulaza

- u jednadžbi $y(n) = izlaz_A\big(x(n), y(n)\big)$

$x(n)$ je konstanta i u slučaju *dobro-formiranog* automata daje jedinstveno rješenje

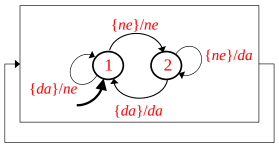
Povratna veza – automati bez ulaza

- za *dobro-formirani* automat vrijedi

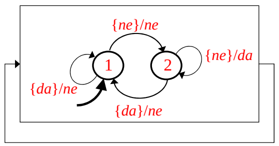
$$Stanja = Stanja_A$$
$$Ulazi = \{djeluj, odsutan\}$$
$$Izlazi = Izlazi_A$$
$$pocetnoStanje = pocetnoStanje_A$$
$$FunkcijaPrijelaza\big(x(n), y(n)\big) = \begin{cases} FunkcijaPrijelaza_A\big(x(n), y(n)\big), \\ \quad \text{gdje je } y(n) \text{ jedinstveno rješenje ako } u(n) = djeluj \\ \big(x(n), y(n)\big) \quad \text{ako } u(n) = odsutan \end{cases}$$

Povratna veza – automati bez ulaza primjeri

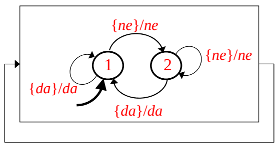
- tri primjera slaganja automata u povratnu vezu



a



b

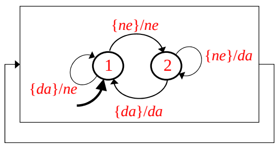


c

Povratna veza – automati bez ulaza (primjer a)

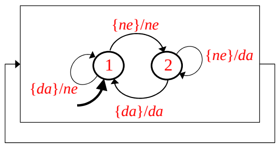
- u sva tri primjera ulazi i izlazi osnovnih automata koje spajamo u povratnu vezu su

$$Ulazi_A = Izlazi_A = \{da, ne, odsutan\}$$



- za početno stanje 1 postoje dvije odlazne grane i za oba ulazna signala je $y(n)=ne$

Povratna veza – automati bez ulaza (primjer a)

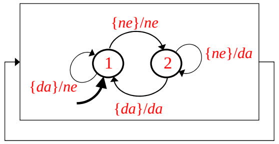


- budući je izlazni znak *ne* tada je ulazni znak isto *ne* i to je jedinstveno rješenje od

$$izlaz_A(1, ne) = ne$$

- prijelaz stanja je iz stanja 1 u stanje 2
- za tako dobiveno stanje 2 opet postoje dvije odlazeće grane i obje generiraju izlazni znak $y(n)=da$ za moguće ulazne znakove

Povratna veza – automati bez ulaza (primjer a)



- budući je izlazni znak *da* tada je ulazni znak isto *da* i to je jedinstveno rješenje od

$$izlaz_A(2, da) = da$$

- prijelaz stanja je iz stanja 2 u stanje 1
- kako za oba dostupna stanja postoje jedinstvena rješenja izlaznih jednadžbi govorimo o *dobro-formiranom* automatu s povratnom vezom

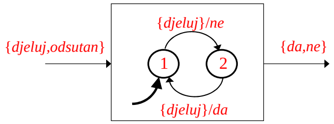
Povratna veza – automati bez ulaza (primjer a)

- automat s povratnom vezom mijenja svoja stanja na svaki znak *djeluj* i generira izlazni niz

$$(ne, da, ne, da, ne, da, ne, ...)$$

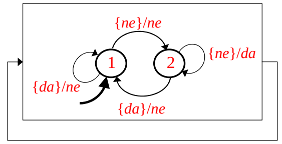
za ulazni niz znakova $(djeluj, djeluj, djeluj, ...)$

- dobiveni automat je



Povratna veza – automati bez ulaza (primjer b)

- za početno stanje 1 postoje dvije odlazne grane i za oba ulazna signala je *y*(*n*)=*ne*



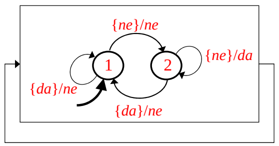
- budući je izlazni znak *ne* tada je ulazni znak isto *ne* i to je jedinstveno rješenje od

$$izlaz_A(1, ne) = ne$$

- prijelaz stanja je iz stanja 1 u stanje 2

Povratna veza – automati bez ulaza (primjer b)

- za tako dobiveno stanje 2 opet postoje dvije odlazeće grane i ako pretpostavimo ulazni znak *da* izlazni znak je *ne*; no ako je ulazni znak *ne* izlazni znak će biti *da*



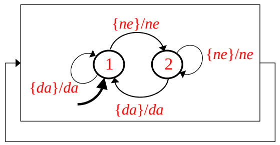
- to pokazuje da ne postoji rješenje izlazne jednadžbe

$$izlaz_A(2, y(n)) = y(n)$$

- govorimo o *loše-formiranom* automatu s povratnom vezom

Povratna veza – automati bez ulaza (primjer c)

- ako za početno stanje 1 pretpostavimo ulazni znak *da* izlazni znak je isto *da*, a za ulazni znak *ne* i izlazni znak je *ne*



- to pokazuje da postoje dva rješenje izlazne jednadžbe

$$izlaz_A(1, y(n)) = y(n)$$

- i ovdje govorimo o *loše-formiranom* automatu s povratnom vezom

Povratna veza – automati bez ulaza (primjeri a,b i c - zaključak)

- zaključujemo da automati u primjerima b i c ne mogu biti spojeni u povratnu vezu kako je to prikazano
- jedina mogućnost ovako konstruirane povratne veze je za automat u primjeru a