

- primjeri slike
- primjeri video signala
- nizovi simbola
- vremenski diskretni signali i otipkavanje
- kvantizacija po amplitudi i vremenu
- funkcije i kompozicija funkcija
- sustavi kao funkcije
- primjer sustava s povratnom vezom
- opis sustava pomoću blok dijagrama
- složeni sustavi

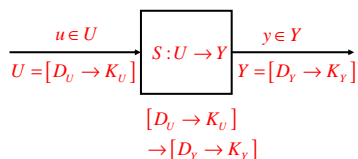
- danas ćemo razmotriti:
  - bezmemorijske sustave
  - eksplicitne i implicitne sustave
  - spojnu listu
  - opisivanje memorijskih sustava
  - definiciju i spajanje konačnih automata

Opis sustava pomoću blok dijagrama

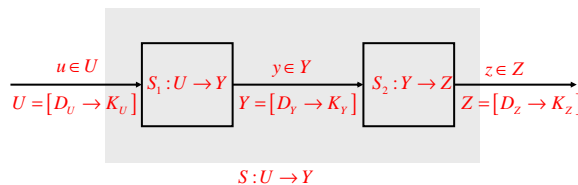
- u dosadašnjim primjerima već smo koristili blok dijagrame kako bi opisali sustave
- razmotrimo detaljnije slaganje više funkcijskih blokova u jedan složeniji sustav

Opis sustava pomoću blok dijagrama

- sustav  $S$  se prikazuje blokom



Opis sustava pomoću blok dijagrama



- funkcija  $S$  opisuje sustav koji je nastao spajanjem sustava  $S_1$  i  $S_2$  u kaskadu
- $$\forall u \in U, S(u) = S_2(S_1(u)) \Leftrightarrow S = S_2 \circ S_1$$

Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer

- primjer

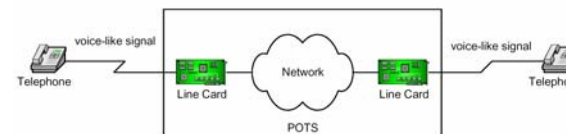
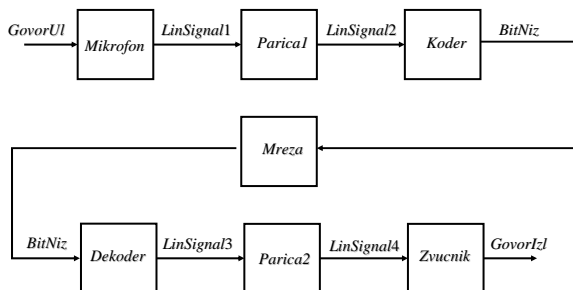


Figure 1.15: Abstraction of plain-old telephone service (POTS).

Source: Edward A. Lee and Pravin Varaiya: Structure and Interpretation of Signals and Systems, author permission

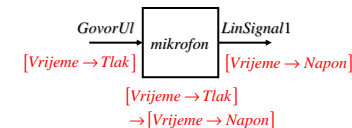
Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer



Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer

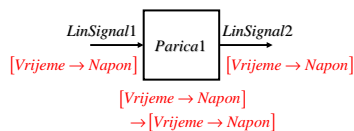
- neka su  $Govori$  skup svih mogućih ulaznih signala u telefonski mikروفon oblika
- $$GovorUl : Vrijeme \rightarrow Tlak$$
- pa su  $Govori$  prostor signala
- $$Govori = [Vrijeme \rightarrow Tlak]$$
- mikrofon (telefon) pretvara signal  $GovorUl$  u signal u skupu
- $$LinSignal1 = [Vrijeme \rightarrow Napon]$$

Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer



- pa definiramo
- $$Mikrofon : [Vrijeme \rightarrow Tlak] \rightarrow [Vrijeme \rightarrow Napon]$$
- odnosno
- $$Mikrofon : Govori \rightarrow LinSignal1$$

## Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer



- pa definiramo

$Parica1: [Vrijeme \rightarrow Napon] \rightarrow [Vrijeme \rightarrow Napon]$

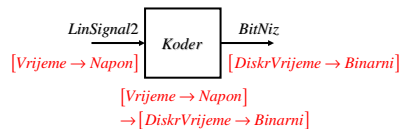
- odnosno

$Parica1: LinSignal1 \rightarrow LinSignal2$

10

## Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer

- pa je ulaz u **Koder**  
( $Parica1 \circ Mikrofon$ )( $GovorUI$ )



$Koder: [Vrijeme \rightarrow Napon] \rightarrow [DiskrVrijeme \rightarrow Binarni]$

- odnosno

$Koder: LinSignal2 \rightarrow BitNiz$

11

## Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer

- digitalna telefonska **Mreza** može se modelirati kao funkcija

$Mreza: [DiskrVrijeme \rightarrow Binarni] \rightarrow [DiskrVrijeme \rightarrow Binarni]$

- odnosno

$Mreza: BitNizovi \rightarrow BitNizovi$

12

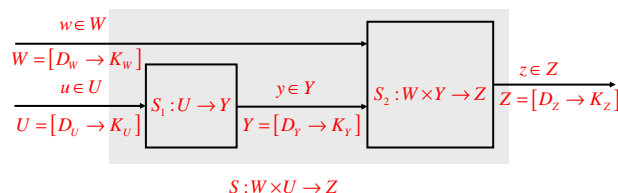
## Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer

- na sličan način se definiraju ostali podsustavi pa se cjelokupni put signala **GovorUI** kroz telefonsku mrežu može prikazati kao kompozicija funkcija

$Zvucnik \circ Parica2 \circ Dekoder \circ Mreza$   
 $\circ Koder \circ Parica1 \circ Mikrofon$

13

## Opis sustava pomoću blok dijagrama



$\forall (w, u) \in W \times U, z = S(w, u) = S_2(w, S_1(u))$

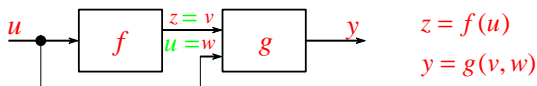
14

## Složeni sustavi

- sustavi od kojih je sastavljen složeni sustav zovu se podsustavi
- dva i više objekata ili podsustava mogu se spojiti tako da zajedno čine jedan složeni sustav
- sustav s više ulaza i izlaza može se jednostavno razložiti na više sustava s više ulaza, ali samo s po jednim izlazom

15

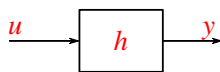
## Spajanje funkcijskih blokova u sustav



- jednadžbe spajanja:

$$\left. \begin{array}{l} v = z \\ w = u \end{array} \right\} y = g(f(u), u)$$

$y = h(u)$



jedan funkcijski blok

16

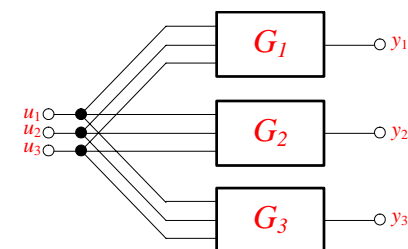
## Pravila spajanja

- izlazi iz blokova se ne spajaju međusobno
- svaki ulaz bloka spaja se na izlaz nekog bloka ili je ulaz u spojeni složeni sustav
- svi ulazi podsustava su angažirani
- izlaz bloka može biti izlaz složenog sustava
- najmanje jedan izlaz podsustava je izlaz spojenog sustava

17

## Složeni sustavi

- složeni sustav:



18

## Spajanje sustava

- neka sustavi  $S_1$  i  $S_2$  imaju ulaze  $\{u_{1i} \text{ za } i = 1, 2, \dots, m_1\}$  i  $\{u_{2j} \text{ za } j = 1, 2, \dots, m_2\}$  i izlaze  $\{y_{1k} \text{ za } k = 1, 2, \dots, r_1\}$  i  $\{y_{2l} \text{ za } l = 1, 2, \dots, r_2\}$ .
- sustavi  $S_1$  i  $S_2$  su spojeni ako je barem jedna varijabla  $u_{1i}(t)$  ulaza sustava  $S_1$  izjednačena s jednom varijablom  $y_{2k}(t)$  izlaza sustava  $S_2$  za svaki  $t$  tj.
 
$$u_{1i}(t) = y_{2k}(t), i \in [1, m_1] \text{ i } l \in [1, r_2]$$

$$u_{2j}(t) = y_{1k}(t), j \in [1, m_2] \text{ i } k \in [1, r_1]$$

19

## Primjer

- neka je  $m_1 = 2, m_2 = 3, r_1 = 2, r_2 = 3, m = 2$  i  $r = 3$ .
 
$$y_{11} = F_{11}(u_{11}, u_{12})$$

$$y_{12} = F_{12}(u_{11}, u_{12})$$

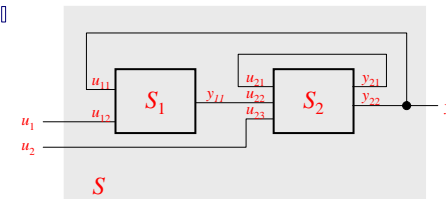
$$y_{21} = F_{21}(u_{21}, u_{22}, u_{23})$$

$$y_{22} = F_{22}(u_{21}, u_{22}, u_{23})$$

$$y_{23} = F_{23}(u_{21}, u_{22}, u_{23})$$

20

## Primjer-nastavak

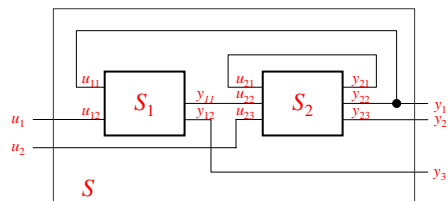


- jednadžbe spajanja mogu biti:

ulazi u $S_1$	ulazi u $S_2$
$u_{11}(t) = y_{22}(t)$	$u_{21}(t) = y_{21}(t)$
$u_{12}(t) = u_1(t)$	$u_{22}(t) = y_{11}(t)$
	$u_{23}(t) = u_2(t)$

21

## Primjer-nastavak



- varijable složenog sustava:

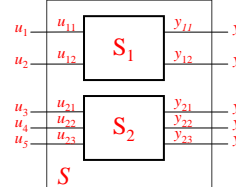
ulazi u $S$	izlazi $S$
$u_1(t)$	$y_1(t) = y_{22}(t)$
$u_2(t)$	$y_2(t) = y_{23}(t)$
	$y_3(t) = y_{12}(t)$

22

## Primjer

- sustav složen od dva nezavisna podsustava:

ulazi u $S$	izlazi iz $S$
$u_1(t)$	$y_1(t) = y_{11}(t)$
$u_2(t)$	$y_2(t) = y_{12}(t)$
$u_3(t)$	$y_3(t) = y_{21}(t)$
$u_4(t)$	$y_4(t) = y_{22}(t)$
$u_5(t)$	$y_5(t) = y_{23}(t)$



- ulazi  $u_1, u_2$  ne djeluju na izlaze  $y_3, y_4, y_5$ .
- ulazi  $u_3, u_4, u_5$  ne utječu na izlaze  $y_1$  i  $y_2$ .

23

## Primjer-nastavak

- složeni sustav zadanih ili željenih svojstava može se dobiti sintezom jednostavnih sustava u kompleksniji.
- razlaganjem ili analizom sustava možemo dobiti dobar uvid u vladanje sustava i utjecaj pojedinih podsustava.

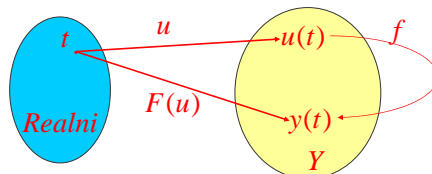
24

## Bezmemorijski sustavi

- bezmemorijski sustav ima svojstvo da odziv sustava ovisi samo o trenutnoj vrijednosti ulaznog signala a ne o njihovim prethodnim vrijednostima
- sustav
 
$$F : [Realni \rightarrow Y] \rightarrow [Realni \rightarrow Y]$$
 je bezmemorijski ako postoji funkcija
 
$$f : Y \rightarrow Y$$
 tako da vrijedi
 
$$\forall t \in Realni \wedge \forall u \in [Realni \rightarrow Y], (F(u))(t) = f(u(t))$$

25

## Bezmemorijski sustavi



$$y = F(u) \Rightarrow y(t) = (F(u))(t) = f(u(t))$$

- bezmemorijski sustav ima svojstvo da izlaz u trenutku  $t$  ovisi samo o vrijednosti ulaznog signala u trenutku  $t$ .

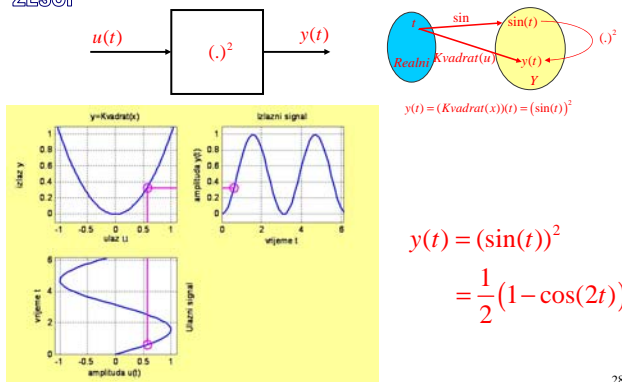
26

## Bezmemorijski sustavi

- razmotrimo sustav
 
$$Kvadrat : [Realni \rightarrow Realni] \rightarrow [Realni \rightarrow Realni]$$
 gdje ako je
 
$$y = Kvadrat(u)$$
 tada
 
$$\forall t \in Realni, y(t) = (u(t))^2$$
- neka je ulazni signal
 
$$\forall t \in Realni, u(t) = \sin(t)$$

27

## Bezmemorijski sustavi

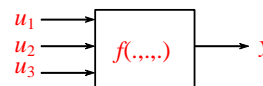


## Funkcijski blok

- kod bezmemorijskih sustava izlaz u trenutku  $t$  ovisi samo o vrijednosti ulaznog signala u trenutku  $t$ .
- elementi sustava su prikazani funkcijskim blokom.
- funkcijski blok je opisan funkcijom.

$$y(t) = f(u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))$$

$$y(t), u_i(t) \in \text{Realni}$$



## Funkcijski blok s jednim ulazom i jednim izlazom

- $y(t) = f(u(t))$ , za svaki  $t$
- $f$  je funkcija koja broju pridružuje broj.
- blok označen s  $f$  nazivamo funkcijski blok.
- funkcijska veza ulaza i izlaza može se dati:
  - analitičkim izrazom pomoću poznatih funkcija
  - krivuljom u  $u$ - $y$  ravnini
  - tablicom diskretnih vrijednosti

## MATLAB

Primjeri funkcijskih blokova s jednim ulazom i jednim izlazom

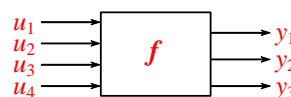
## Spajanje funkcijskih blokova u sustav

- sustav s više ulaza i više izlaza:

$$y_1 = f_1(u_1, u_2, u_3, u_4)$$

$$y_2 = f_2(u_1, u_2, u_3, u_4)$$

$$y_3 = f_3(u_1, u_2, u_3, u_4)$$



uvođenjem vektora:

$$\text{ulaz: } [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$$

$$\text{izlaz: } [y_1, y_2, \dots, y_r]^T$$

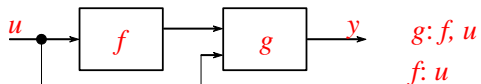
gdje je  $f$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ulaz: } [u_1, u_2, \dots, u_m]^T \\ \text{izlaz: } [y_1, y_2, \dots, y_r]^T \end{array} \right\} y = f(u) \dots \text{vektorska funkcija}$$

## EksPLICITNI I IMPLICITNI SUSTAVI

- dvije grupe sustava bez memorije:
  - eksplicitni sustavi,
  - implicitni sustavi.
- podjela prema tome da li signal na svom putu kroz sustav čini petlju:
  - eksplicitni sustav – nema petlje,
  - implicitni sustav – ima jednu ili više petlji.

## Prikaz sustava listom spajanja



- svaki funkcijski blok ima jedan redak u listi.
- izlazne varijable označene su oznakom funkcijskog bloka.
- ulazne varijable označene su:
  - ulazima u dotični blok,
  - oznakama bloka čiji izlaz ulazi u dotični blok.

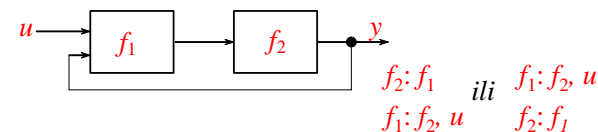
## Prikaz sustava listom spajanja

- Sortirana lista:

- kada su redci u listi spajanja složeni tako da u svakom retku ime funkcije ili varijable desno od dvotočke možemo naći lijevo od dvotočke negdje iznad tog retka ili je to ulaz sustava, kažemo da je lista sortirana.

$$\begin{array}{l} g: f, u \\ f: u \\ \text{nesortirana lista} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} f: u \\ g: f, u \\ \text{sortirana lista} \end{array}$$

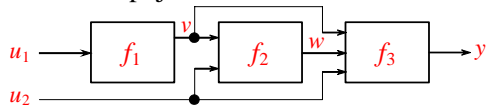
## Prikaz sustava listom spajanja



- lista se ne može sortirati  $\Rightarrow$  sustav je implicitan
- implicitni sustav je sustav s povratnom vezom
- spojna lista je način ustanovljavanja da li je sustav eksplicitni ili implicitni u slučaju da to nije moguće ustanoviti vizualnom inspekcijom

## Formulacije i rješenje jednađžbi sustava (eksplicitni sustav)

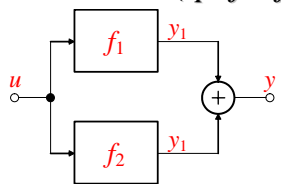
- Ulazno izlazne jednađžbe na osnovu sortirane spojne liste:



$$\begin{aligned}
 f_1: u_1 & \quad v = f_1(u_1) \\
 f_2: f_1, u_2 & \quad w = f_2(v, u_2) \\
 f_3: f_1, f_2, u_2 & \quad y = f_3(v, w, u_2) \\
 & \quad y = f_3\{f_1(u_1), f_2[f_1(u_1), u_2], u_2\}
 \end{aligned}$$

37

## Formulacije i rješenje jednađžbi sustava (spajanje u paralelni slog)



$$\begin{aligned}
 y &= y_1 + y_2 \\
 y_1 &= f_1(u) \\
 y_2 &= f_2(u) \\
 y &= f(u) = f_1(u) + f_2(u) \\
 f &= f_1 + f_2
 \end{aligned}$$

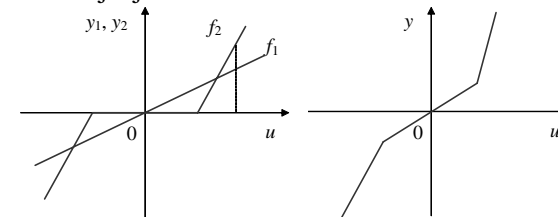
- paralelni spoj ili slog.
- veći broj sustava složenih paralelno:

$$y = f(u) = \sum_{i=1}^n f_i(u)$$

38

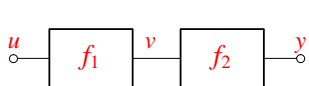
## Formulacije i rješenje jednađžbi sustava (spajanje u paralelni slog)

- karakteristika paralelnog sloga dobiva se zbrajanjem karakteristika blokova.



39

## Formulacije i rješenje jednađžbi sustava (spajanje u kaskadu)



$$\begin{aligned}
 y &= f_2(v) \\
 v &= f_1(u) \\
 y &= f_2(f_1(u))
 \end{aligned}$$

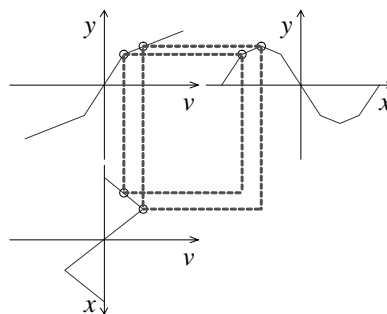
- kaskada sustava.
- funkcija kaskade je kompozicija funkcija:
  - $f = f_2 \circ f_1$
- za kaskadu s većim brojem blokova vrijedi:

$$\begin{aligned}
 y &= f_n(f_{n-1}(f_{n-2}(\dots(f_1(u))\dots))) \\
 f &= f_n \circ f_{n-1} \circ f_{n-2} \circ \dots \circ f_1
 \end{aligned}$$

40

## Formulacije i rješenje jednađžbi sustava (spajanje u kaskadu)

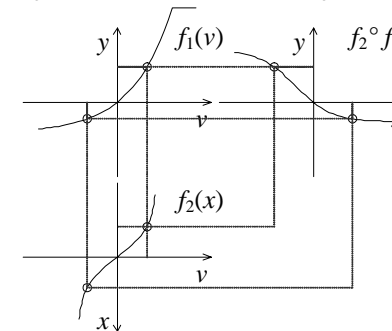
- Funkcija kaskade ovisi o redosljedu blokova.



41

## Formulacije i rješenje jednađžbi sustava (spajanje u kaskadu)

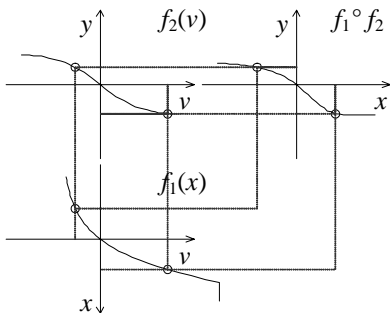
- Funkcija kaskade ovisi o redosljedu blokova.



42

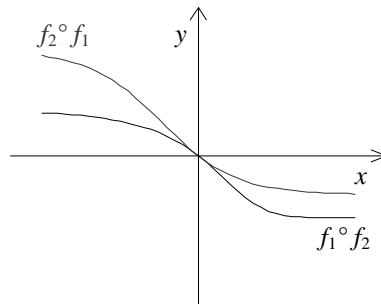
## Formulacije i rješenje jednađžbi sustava (spajanje u kaskadu)

- Obrnuti redosljed kaskada.



43

## Formulacije i rješenje jednađžbi sustava (spajanje u kaskadu)



44

## Bezm memorijski sustavi

- ponovimo:
  - bezm memorijski sustav ima svojstvo da odziv sustava ovisi samo o trenutnoj vrijednosti ulaznog signala a ne o njihovim prethodnim vrijednostima i možemo pisati:

$$\forall t \in \text{Realni}, \quad y(t) = f(u(t))$$

45

## Memorijski sustavi

- memorijski kauzalni sustav s beskonačnom memorijom definiran je s

$$\forall t \in \text{Realni}, \quad y(t) = F(u_{(-\infty, t)})$$

- pri čemu bi trivijalni slučaj  $u_{(-\infty, t]} = u(t)$  učinio ovaj sustav bezmemorijskim

46

## Memorijski sustavi u konačnom intervalu

- vladanje sustava uglavnom pratimo na konačnom vremenskom intervalu  $(t_0, t]$  koji nazivamo interval promatranja

- zanima nas, dakle, odsječak odziva

$$y_{(t_0, t]}$$

kao posljedica odsječka pobude

$$u_{(t_0, t]}$$

47

## Kontinuirani memorijski sustavi - primjer

- neka je zadan vremenski kontinuirani sustav s ulazom  $u$  i izlazom  $y$  gdje je

$$\forall t \in \text{Realni}, \quad y(t) = \frac{1}{M} \int_{t-M}^t u(\tau) d\tau$$

- uz zamjenu varijabli slijedi

$$y(t) = \frac{1}{M} \int_0^M u(t-\tau) d\tau$$

- očigledno radi se o memorijskom sustav koji inače ima svojstvo izgladivanja ulaznog signala

48

## Diferencijalne jednačbe

- sustavi koji su opisani funkcijom

$$\text{KontSustavi} : \text{KontSignali} \rightarrow \text{KontSignali}$$

- KontSignali** je skup vremenski kontinuiranih signala koji ovisno o konkretnom sustavu mogu biti

$$\text{KontSignali} = [\text{Vrijeme} \rightarrow \text{Realni}] \quad \text{ili}$$

$$\text{KontSignali} = [\text{Vrijeme} \rightarrow \text{Kompleksni}]$$

$$\text{uz } \text{Vrijeme} = \text{Realni} \text{ ili } \text{Vrijeme} = \text{Realni}_+$$

49

## Diferencijalne jednačbe

- ovako definirana klasa sustava naziva se vremenski kontinuirani sustavi
- vrlo često se vremenski kontinuirani sustavi opisuju diferencijalnim jednačbama

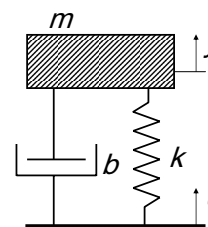
50

## Diferencijalne jednačbe

- podsjetimo se primjera

$y$  – pomak automobila

$u$  – je visina ceste (neravnine)



$$m \cdot y'' = b(u' - y') + k(u - y)$$

$$y'' + \frac{b}{m} y' + \frac{k}{m} y = \frac{b}{m} u' + \frac{k}{m} u$$

$$\text{uz zamjenu } 2\alpha = \frac{b}{m} \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$y'' + 2\alpha y' + \omega_0^2 y = 2\alpha u' + \omega_0^2 u$$

51

## Vremenski diskretni sustavi

- klasa sustava opisanih funkcijom
- $$\text{DiskrSustavi} : \text{DiskrSignali} \rightarrow \text{DiskrSignali}$$
- naziva se diskretni sustavi

- dakle vremenski diskretni sustavi djeluju s klasama diskretnih signala koji mogu biti

$$\text{DiskrSignali} = [\text{Cjelobrojni} \rightarrow \text{Realni}] \quad \text{ili}$$

$$\text{DiskrSignali} = [\text{Cjelobrojni} \rightarrow \text{Kompleksni}] \quad \text{ili}$$

$$\text{DiskrSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Realni}] \quad \text{ili}$$

$$\text{DiskrSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Kompleksni}]$$

52

## Jednačbe diferencija

- vremenski diskretni sustavi često se opisuju uz pomoć jednačbi diferencija
- razmotrimo vremenski diskretni sustav

$$S : [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Realni}] \rightarrow [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Realni}]$$

gdje je za

$$\forall u \in [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Realni}], \quad y = S(u)$$

dan s

$$\forall n \in \text{Cjelobrojni}, \quad y(n) = \frac{1}{3}(u(n) + u(n-1) + u(n-2))$$

53

## Jednačbe diferencija

- izlaz za svaki indeks  $n$  je srednja vrijednost tri ulazne vrijednosti (tri uzorka)
- ovo je jednostavni sustav za usrednjavanje i naziva se *moving average*

54



## Jednadžbe diferencija

- neka je  $u(n) = s(n)$ , jedinični skok, funkcija definirana kao

$$\forall n \in \text{Cjelobrojni}, \quad s(n) = \begin{cases} 1 & \text{za } n \geq 0 \\ 0 & \text{za ostale } n \end{cases}$$

- rješavanjem zadane jednadžbe diferencija izračunava se izlaz  $y$

$$\forall n \in \text{Cjelobrojni}, \quad y(n) = \begin{cases} 1 & \text{za } n \geq 2 \\ 2/3 & \text{za } n = 1 \\ 1/3 & \text{za } n = 0 \\ 0 & \text{inače} \end{cases}$$

55

## Jednadžbe diferencija

- opći oblik sustava za usrednjavanje tzv. *moving average system* je

$$\forall n \in \text{Cjelobrojni}, \quad y(n) = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} u(n-j)$$

- za svaki  $n$  ovaj sustav daje srednju vrijednost od zadnjih  $M$  vrijednosti ulaznog signala
- ovaj sustav predstavlja diskretnu realizaciju sustava opisanog s

$$y(t) = \frac{1}{M} \int_0^M x(t-\tau) d\tau$$

56

## Deklarativne i imperativne definicije sustava

- dani primjeri su bili primjeri deklarativne definicije sustava
- imperativna definicija predstavlja postupak za izračunavanje izlaznog signala za zadani ulazni signal

57

## Deklarativne i imperativne definicije sustava

- imperativni opis kontinuiranih sustava moguć je uz pomoć analognih el. mreža ili ostalih fizikalnih sustava koji su kontinuirani sami po sebi
- imperativni opis sustava može biti u obliku niza naredbi odgovarajućeg programa u nekom od programskih jezika

58

## Deklarativne i imperativne definicije sustava

- u slučaju kontinuiranih sustava biti će potrebne odgovarajuće aproksimacije koja se koriste pri rješavanju diferencijalnih jednadžbi
- vremenski diskretni sustavi često se definiraju kao *automati* engleski *state machines*

59

## Automati

- do sada korišten model *ulaz - izlaz* koji je definirao izlazni niz za zadani ulazni niz
- uvodi se prikaz sustava temeljen na poznavanju stanja sustava i ulaznog niza i naziva se model s varijablama stanja
- ideja se temelji na činjenici da sustav u svom djelovanju prolazi kroz niz promjena stanja
- ovo je imperativni opis sustava

60

## Automati

- često je korisno opisati dio sklopovlja ili dio računalnog programa kao sustav i to korištenjem modela s varijablama stanja
- ovaj pristup omogućava bolju analizu od drugih formalnih opisa
- za početak razmatramo model s varijablama stanja za automate (sustave) s konačnim (i relativno malim) brojem stanja – konačni automati

61

## Uvod u automate

- konačni automati uglavnom su vezani uz nizove događaja
- stanje sustava predstavlja (sažimlje) povijest sustava
- prema tome automat će generirati znak (uzorak) izlaznog signala na temelju ulaznog znaka (uzorka) i stanja sustava

62

## Automati

- preciznije
  - razmatra se ulazni znak  $u(n)$
  - automat generira izlazni znak računavajući znak  $u(n)$  i trenutno stanje  $x(n)$
  - na temelju znaka  $u(n)$  i trenutnog stanja  $x(n)$  automat izračunava novo stanje  $x(n+1)$ . Ovo se naziva prijelaz stanja, ažuriranje ili engleski **update**
  - automat se vraća na točku 1. postupka i uzima u razmatranje znak  $u(n+1)$
- na ovaj način automat specificira niz izlaznih znakova za niz znakova ulaznog signala

63

## Automati

- opis sustava kao funkcije uključuje tri dijela: skup ulaznih signala, skup izlaznih signala i funkciju samu,

$$F : \text{UlazniSignali} \rightarrow \text{IzlazniSignali}$$

- u slučaju automata ulazni i izlazni signali su oblika

$$\text{NizDogadjaja} : \text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Znakovi}$$

gdje su  $\text{Prirodni}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$  a  $\text{Znakovi}$  proizvoljni skup

64

## Automati

- automat se definira uređenom petorkom

$$\text{Automat} = (\text{Stanja}, \text{Ulazi}, \text{Izlazi},$$

$$\text{FunkcijaPrijelaza}, \text{pocetnoStanje})$$

značenje ovih imena je

$\text{Stanja}$  - prostor stanja

$\text{Ulazi}$  - ulazni skup znakova ili *ulazni alfabet*

$\text{Izlazi}$  - izlazni skup znakova ili *izlazni alfabet*

$\text{pocetnoStanje} \in \text{Stanja}$  je pocetno stanje

$$\text{FunkcijaPrijelaza} : \text{Stanja} \times \text{Ulazi}$$

$$\rightarrow \text{Stanja} \times \text{Izlazi}$$

65

## Automati

- $\text{Ulazi}$  i  $\text{Izlazi}$  su skupovi mogućih ulaznih odnosno izlaznih znakova

- skup  $\text{UlazniSignali}$  sastoji se od svih beskonačnih nizova ulaznih znakova

$$\text{UlazniSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Ulazi}]$$

- skup  $\text{IzlazniSignali}$  sastoji se od svih beskonačnih nizova izlaznih znakova

$$\text{IzlazniSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Izlazi}]$$

66

## Automati

- neka je ulazni signal

$$u \in \text{UlazniSignali}$$

- pojedini znak u signalu može se označiti

$$u(n), \quad \forall n \in \text{Prirodni}_0$$

$n$  ovdje ne predstavlja trenutak u vremenu već korak (poziciju) u nizu

- cijeli ulazni signal je niz

$$(u(0), u(1), u(2), \dots, u(n), \dots)$$

67

## Automati

- automat opisan petorkom

$$\text{Automat} = (\text{Stanja}, \text{Ulazi}, \text{Izlazi},$$

$$\text{FunkcijaPrijelaza}, \text{pocetnoStanje})$$

definira funkciju

$$F : \text{UlazniSignali} \rightarrow \text{IzlazniSignali}$$

dakle

$$\forall u \in \text{UlazniSignali} \Rightarrow y = F(u)$$

68

## Automati

- ali i definira postupak za izračunavanje ove funkcije za određeni ulazni signal

- niz stanja u pojedinim koracima, *odziv stanja*,  $(x(0), x(1), \dots)$  i izlazni signal  $y$  se konstruiraju, korak po korak, kako slijedi

$$x(0) = \text{pocetnoStanje}$$

i

$$\forall n \geq 0, \quad (x(n+1), y(n)) = \text{FunkcijaPrijelaza}(x(n), u(n))$$

- svaki gornji izračun se naziva *reakcija* ili *odziv*.

69

## Automati

- pogodno je funkciju *FunkcijaPrijelaza* razložiti u dvije funkcije

funkciju *narednog stanja*

$$\text{narednoStanje} : \text{Stanja} \times \text{Ulazi} \rightarrow \text{Stanja}$$

i *izlaznu funkciju*

$$\text{izlaz} : \text{Stanja} \times \text{Ulazi} \rightarrow \text{Izlazi}$$

pa pišemo  $x(n+1) = \text{narednoStanje}(x(n), u(n))$

odnosno  $y(n) = \text{izlaz}(x(n), u(n))$

70

## Automati

- zaključno

$$\forall x(n) \in \text{Stanja} \wedge \forall u(n) \in \text{Ulazi},$$

$$(x(n+1), y(n)) = \text{FunkcijaPrijelaza}(x(n), u(n))$$

$$= (\text{narednoStanje}(x(n), u(n)), \text{izlaz}(x(n), u(n)))$$

71