



Podsjetimo se...

- primjeri slike
- primjeri video signala
- nizovi simbola
- vremenski diskretni signali i otipkavanje
- kvantizacija po amplitudi i vremenu
- funkcije i kompozicija funkcija
- sustavi kao funkcije
- primjer sustava s povratnom vezom
- opis sustava pomoću blok dijagrama
- složeni sustavi

1



- danas ćemo razmotriti:
 - bezmemorijske sustave
 - eksplicitne i implicitne sustave
 - spojnu listu
 - opisivanje memorijskih sustava
 - definiciju i spajanje konačnih automata

2



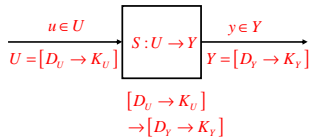
Opis sustava pomoću blok dijagrama

- u dosadašnjim primjerima već smo koristili blok dijagrame kako bi opisali sustave
- razmotrimo detaljnije slaganje više funkcijskih blokova u jedan složeniji sustav

3

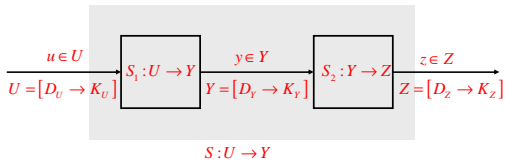
Opis sustava pomoću blok dijagrama

- sustav S se prikazuje blokom



4

Opis sustava pomoću blok dijagrama



- funkcija S opisuje sustav koji je nastao spajanjem sustava S_1 i S_2 u kaskadu

$$\forall u \in U, \quad S(u) = S_2(S_1(u)) \Leftrightarrow S = S_2 \circ S_1$$

5

Opis sustava pomoću blok dijagrama
primjer

- primjer

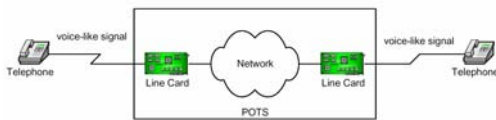
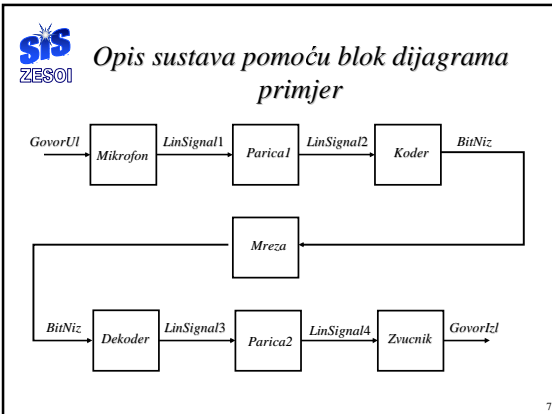


Figure 1.15: Abstraction of plain-old telephone service (POTS).

Source: Edward A. Lee and Pravin Varaiya: Structure and Interpretation of Signals and Systems, author permission

6



sis
ZESOI

Opis sustava pomoću blok dijagrama
primjer

- neka su *Govori* skup svih mogućih ulaznih signala u telefonski mikروفon oblika
 $GovorUl : Vrijeme \rightarrow Tlak$
- pa su *Govori* prostor signala
 $Govori = [Vrijeme \rightarrow Tlak]$
- mikروفon (telefon) pretvara signal *GovorUl* u signal u skupu
 $LinSignal1 = [Vrijeme \rightarrow Napon]$

8

sis
ZESOI

Opis sustava pomoću blok dijagrama
primjer

```

    graph LR
      GovorUl["GovorUl  
[Vrijeme -> Tlak]"] --> mikrofon
      mikrofon --> LinSignal1["LinSignal1  
[Vrijeme -> Napon]"]
  
```

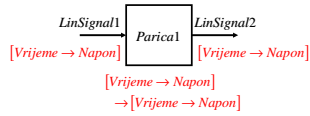
pa definiramo
 $Mikrofon : [Vrijeme \rightarrow Tlak] \rightarrow [Vrijeme \rightarrow Napon]$

- odnosno
 $Mikrofon : Govori \rightarrow LinSignal1$

9



Opis sustava pomoću blok dijagrama
primjer



- pa definiramo

$Parica1 : [Vrijeme \rightarrow Napon] \rightarrow [Vrijeme \rightarrow Napon]$

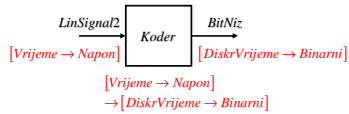
- odnosno

$Parica1 : LinSignal1 \rightarrow LinSignal2$

10



Opis sustava pomoću blok dijagrama
primjer



- pa je ulaz u **Koder**

$(Parica1 \circ Mikrofon)(GovorUI)$

$Koder : [Vrijeme \rightarrow Napon] \rightarrow [DiskrVrijeme \rightarrow Binarni]$

- odnosno

$Koder : LinSignal2 \rightarrow BitNizovi$

11



Opis sustava pomoću blok dijagrama
primjer

- digitalna telefonska **Mreza** može se modelirati kao funkcija

$Mreza : [DiskrVrijeme \rightarrow Binarni] \rightarrow [DiskrVrijeme \rightarrow Binarni]$

- odnosno

$Mreza : BitNizovi \rightarrow BitNizovi$

12

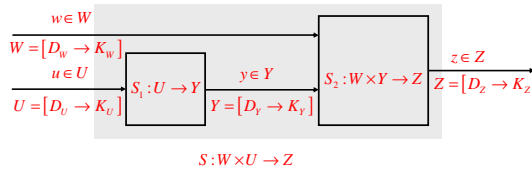
Opis sustava pomoću blok dijagrama primjer

- na sličan način se definiraju ostali podsustavi pa se cjelokupni put signala *GovorUI* kroz telefonsku mrežu može prikazati kao kompozicija funkcija

*Zvucnik ◦ Parica2 ◦ Dekoder ◦ Mreza
◦ Koder ◦ Parica1 ◦ Mikrofon*

13

Opis sustava pomoću blok dijagrama



$$\forall (w, u) \in W \times U, \quad z = S(w, u) = S_2(w, S_1(u))$$

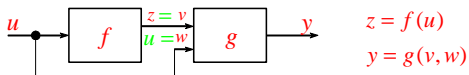
14

Složeni sustavi

- sustavi od kojih je sastavljen složeni sustav zovu se podsustavi
- dva i više objekata ili podsustava mogu se spojiti tako da zajedno čine jedan složeni sustav
- sustav s više ulaza i izlaza može se jednostavno razložiti na više sustava s više ulaza, ali samo s po jednim izlazom

15

Spajanje funkcijskih blokova u sustav



- jednađžbe spajanja:

$$\left. \begin{matrix} v = z \\ w = u \end{matrix} \right\} y = g(f(u), u)$$

$$y = h(u) \quad \begin{matrix} u \\ \longrightarrow \\ \boxed{h} \\ \longrightarrow \\ y \end{matrix}$$

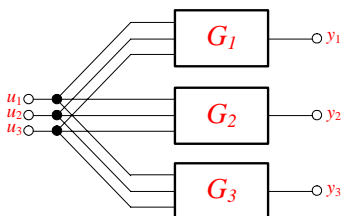
jedan funkcijski blok

Pravila spajanja

- izlazi iz blokova se ne spajaju međusobno
- svaki ulaz bloka spaja se na izlaz nekog bloka ili je ulaz u spojeni složeni sustav
- svi ulazi podsustava su angažirani
- izlaz bloka može biti izlaz složenog sustava
- najmanje jedan izlaz podsustava je izlaz spojenog sustava

Složeni sustavi

- složeni sustav:



Spajanje sustava

- neka sustavi S_1 i S_2 imaju ulaze $\{u_{1i} \text{ za } i = 1, 2, \dots, m_1\}$ i $\{u_{2j} \text{ za } j = 1, 2, \dots, m_2\}$ i izlaze $\{y_{1k} \text{ za } k = 1, 2, \dots, r_1\}$ i $\{y_{2l} \text{ za } l = 1, 2, \dots, r_2\}$.
- sustavi S_1 i S_2 su spojeni ako je barem jedna varijabla $u_{1i}(t)$ ulaza sustava S_1 izjednačena s jednom varijablom $y_{2k}(t)$ izlaza sustava S_2 za svaki t tj.

$$u_{1i}(t) = y_{2l}(t), i \in [1, m_1] \text{ i } l \in [1, r_2]$$

$$u_{2j}(t) = y_{1k}(t), j \in [1, m_2] \text{ i } k \in [1, r_1]$$

19

Primjer

- neka je $m_1 = 2, m_2 = 3, r_1 = 2, r_2 = 3, m = 2$ i $r = 3$.

$$y_{11} = F_{11}(u_{11}, u_{12})$$

$$y_{12} = F_{12}(u_{11}, u_{12})$$

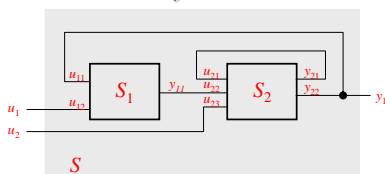
$$y_{21} = F_{21}(u_{21}, u_{22}, u_{23})$$

$$y_{22} = F_{22}(u_{21}, u_{22}, u_{23})$$

$$y_{23} = F_{23}(u_{21}, u_{22}, u_{23})$$

20

Primjer-nastavak

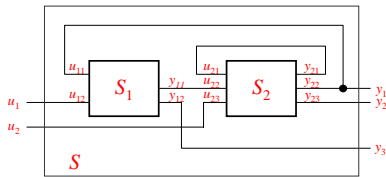


- jednadžbe spajanja mogu biti:

ulazi u S_1	ulazi u S_2
$u_{11}(t) = y_{22}(t)$	$u_{21}(t) = y_{11}(t)$
$u_{12}(t) = u_1(t)$	$u_{22}(t) = y_{12}(t)$
	$u_{23}(t) = u_2(t)$

21

Primjer-nastavak



- varijable složenog sustava:

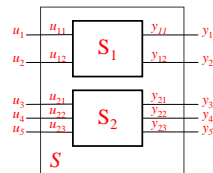
ulazi u S	izlazi S
$u_1(t)$	$y_1(t) = y_{22}(t)$
$u_2(t)$	$y_2(t) = y_{23}(t)$
	$y_3(t) = y_{12}(t)$

22

Primjer

- sustav složen od dva nezavisna podsustava:

ulazi u S	izlazi iz S
$u_1(t)$	$y_1(t) = y_{11}(t)$
$u_2(t)$	$y_2(t) = y_{12}(t)$
$u_3(t)$	$y_3(t) = y_{21}(t)$
$u_4(t)$	$y_4(t) = y_{22}(t)$
$u_5(t)$	$y_5(t) = y_{23}(t)$



- ulazi u_1, u_2 ne djeluju na izlaze y_3, y_4, y_5 .
- ulazi u_3, u_4, u_5 ne utječu na izlaze y_1 i y_2 .

23

Primjer-nastavak

- složeni sustav zadanih ili željenih svojstava može se dobiti sintezom jednostavnih sustava u kompleksniji.
- razlaganjem ili analizom sustava možemo dobiti dobar uvid u vladanje sustava i utjecaj pojedinih podsustava.

24

Bezmemorijski sustavi

- bezmemorijski sustav ima svojstvo da odziv sustava ovisi samo o trenutnoj vrijednosti ulaznog signala a ne o njihovim prethodnim vrijednostima

- sustav

$$F : [\text{Realni} \rightarrow Y] \rightarrow [\text{Realni} \rightarrow Y]$$

je bezmemorijski ako postoji funkcija

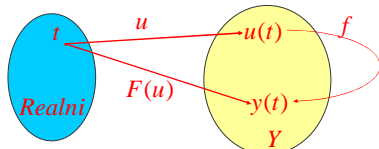
$$f : Y \rightarrow Y$$

tako da vrijedi

$$\forall t \in \text{Realni} \wedge \forall u \in [\text{Realni} \rightarrow Y], (F(u))(t) = f(u(t))$$

25

Bezmemorijski sustavi



$$y = F(u) \Rightarrow y(t) = (F(u))(t) = f(u(t))$$

- bezmemorijski sustav ima svojstvo da izlaz u trenutku t ovisi samo o vrijednosti ulaznog signala u trenutku t .

26

Bezmemorijski sustavi

- razmotrimo sustav

$$\text{Kvadrat} : [\text{Realni} \rightarrow \text{Realni}] \rightarrow [\text{Realni} \rightarrow \text{Realni}]$$

gdje ako je

$$y = \text{Kvadrat}(u)$$

tada

$$\forall t \in \text{Realni}, y(t) = (u(t))^2$$

- neka je ulazni signal

$$\forall t \in \text{Realni}, u(t) = \sin(t)$$

27

sis
ZESOI

Bezmemorijski sustavi

$u(t) \rightarrow \boxed{(\cdot)^2} \rightarrow y(t)$

$y(t) = (\text{Kvadrat}(u))(t) = (\sin(t))^2$

$y(t) = (\sin(t))^2$
 $= \frac{1}{2}(1 - \cos(2t))$

28

sis
ZESOI

Funkcijski blok

- kod bezmemorijskih sustava izlaz u trenutku t ovisi samo o vrijednosti ulaznog signala u trenutku t .
- elementi sustava su prikazani funkcijskim blokom.
- funkcijski blok je opisan funkcijom.

$y(t) = f(u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))$
 $y(t), u_i(t) \in \text{Realni}$

$u_1, u_2, u_3 \rightarrow \boxed{f(\cdot, \dots)} \rightarrow y$

29

sis
ZESOI

Funkcijski blok s jednim ulazom i jednim izlazom

- $y(t) = f(u(t))$, za svaki t
- f je funkcija koja broju pridružuje broj.
- blok označen s f nazivamo funkcijski blok.
- funkcijska veza ulaza i izlaza može se dati:
 - analitičkim izrazom pomoću poznatih funkcija
 - krivuljom u u - y ravnini
 - tablicom diskretnih vrijednosti

30

MATLAB

Primjeri funkcijskih blokova s
jednim ulazom i jednim
izlazom

Spajanje funkcijskih blokova u sustav

- sustav s više ulaza i više izlaza:

$$\begin{array}{l}
 y_1 = f_1(u_1, u_2, u_3, u_4) \\
 y_2 = f_2(u_1, u_2, u_3, u_4) \\
 y_3 = f_3(u_1, u_2, u_3, u_4)
 \end{array}$$

uvodenjem vektora:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{ulaz: } [u_1, u_2, \dots, u_m]^T \\
 \text{izlaz: } [y_1, y_2, \dots, y_r]^T
 \end{array} \right\} \mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{u}) \dots$$

gdje je \mathbf{f}
vektorska
funkcija

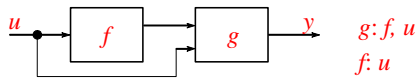
32

EksPLICITNI I IMPLICITNI SUSTAVI

- dvije grupe sustava bez memorije:
 - eksplicitni sustavi,
 - implicitni sustavi.
- podjela prema tome da li signal na svom putu kroz sustav čini petlju:
 - eksplicitni sustav – nema petlje,
 - implicitni sustav – ima jednu ili više petlji.

33

Prikaz sustava listom spajanja

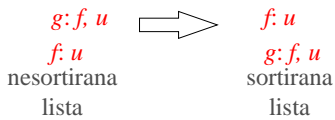


- svaki funkcijski blok ima jedan redak u listi.
- izlazne varijable označene su oznakom funkcijskog bloka.
- ulazne varijable označene su:
 - ulazima u dotični blok,
 - oznakama bloka čiji izlaz ulazi u dotični blok.

34

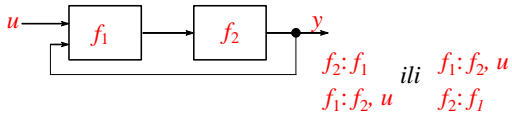
Prikaz sustava listom spajanja

- Sortirana lista:
 - kada su redci u listi spajanja složeni tako da u svakom retku ime funkcije ili varijable desno od dvotočke možemo naći lijevo od dvotočke negdje iznad tog retka ili je to ulaz sustava, kažemo da je lista sortirana.



35

Prikaz sustava listom spajanja

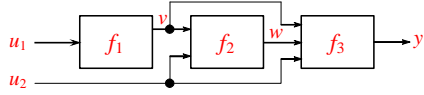


- lista se ne može sortirati \Rightarrow sustav je implicitan
- implicitni sustav je sustav s povratnom vezom
- spojna lista je način ustanovljavanja da li je sustav eksplicitni ili implicitni u slučaju da to nije moguće ustanoviti vizualnom inspekcijom

36

Formulacije i rješenje jednadžbi sustava (eksplicitni sustav)

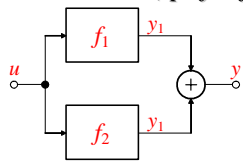
- Ulazno izlazne jednadžbe na osnovu sortirane spojne liste:



$$\begin{aligned}
 f_1: u_1 & \quad v = f_1(u_1) \\
 f_2: f_1, u_2 & \quad w = f_2(v, u_2) \\
 f_3: f_1, f_2, u_2 & \quad y = f_3(v, w, u_2) \\
 & \quad y = f_3\{f_1(u_1), f_2[f_1(u_1), u_2], u_2\}
 \end{aligned}$$

37

Formulacije i rješenje jednadžbi sustava (spajanje u paralelni slog)



$$\begin{aligned}
 y &= y_1 + y_2 \\
 y_1 &= f_1(u) \\
 y_2 &= f_2(u) \\
 y &= f(u) = f_1(u) + f_2(u) \\
 f &= f_1 + f_2
 \end{aligned}$$

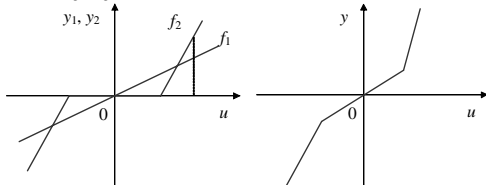
- paralelni spoj ili slog.
- veći broj sustava složenih paralelno:

$$y = f(u) = \sum_1^n f_i(u)$$

38

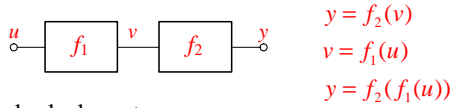
Formulacije i rješenje jednadžbi sustava (spajanje u paralelni slog)

- karakteristika paralelnog sloga dobiva se zbrajanjem karakteristika blokova.



39

Formulacije i rješenje jednadžbi sustava (spajanje u kaskadu)

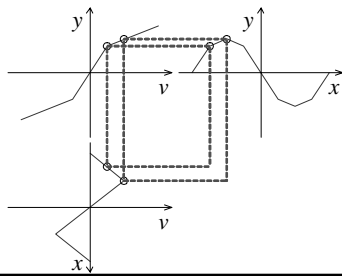


- kaskada sustava.
- funkcija kaskade je kompozicija funkcija:
 - $f = f_2 \circ f_1$
- za kaskadu s većim brojem blokova vrijedi:
 - $y = f_n(f_{n-1}(f_{n-2}(\dots(f_1(u))\dots)))$
 - $f = f_n \circ f_{n-1} \circ f_{n-2} \circ \dots \circ f_1$

40

Formulacije i rješenje jednadžbi sustava (spajanje u kaskadu)

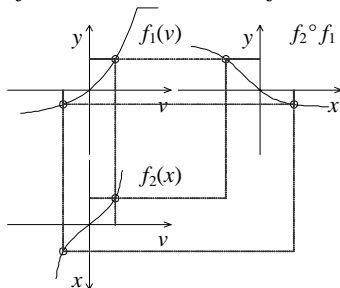
- Funkcija kaskade ovisi o redoslijedu blokova.



41

Formulacije i rješenje jednadžbi sustava (spajanje u kaskadu)

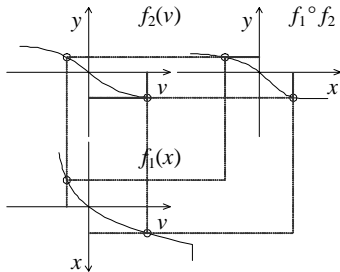
- Funkcija kaskade ovisi o redoslijedu blokova.



42

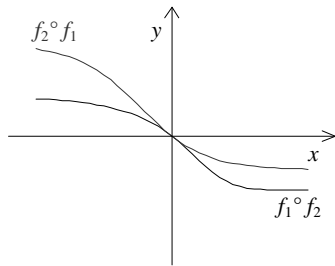
Formulacije i rješenje jednažbi sustava (spajanje u kaskadu)

- Obrnuti redoslijed kaskada.



43

Formulacije i rješenje jednažbi sustava (spajanje u kaskadu)



44

Bezmemorijski sustavi

- ponovimo:
bezmemorijski sustav ima svojstvo da odziv sustava ovisi samo o trenutnoj vrijednosti ulaznog signala a ne o njihovim prethodnim vrijednostima i možemo pisati:

$$\forall t \in \text{Realni}, \quad y(t) = f(u(t))$$

45

Memorijski sustavi

- memorijski kauzalni sustav s beskonačnom memorijom definiran je s

$$\forall t \in \text{Realni}, \quad y(t) = F(u_{(-\infty, t]})$$

- pri čemu bi trivijalni slučaj $u_{(-\infty, t]} = u(t)$ učinio ovaj sustav bezmemorijskim

46

Memorijski sustavi u konačnom intervalu

- vladanje sustava uglavnom pratimo na konačnom vremenskom intervalu $(t_0, t]$ koji nazivamo interval promatranja
- zanima nas, dakle, odsječak odziva

$$y_{(t_0, t]}$$

kao posljedica odsječka pobude

$$u_{(t_0, t]}$$

47

Kontinuirani memorijski sustavi - primjer

- neka je zadan vremenski kontinuirani sustav s ulazom u i izlazom y gdje je

$$\forall t \in \text{Realni}, \quad y(t) = \frac{1}{M} \int_{t-M}^t u(\tau) d\tau$$

- uz zamjenu varijabli slijedi

$$y(t) = \frac{1}{M} \int_0^M u(t-\tau) d\tau$$

- očigledno radi se o memorijskom sustav koji inače ima svojstvo izgladivanja ulaznog signala

48

Diferencijalne jednačbe

- sustavi koji su opisani funkcijom

KontSustavi : KontSignali \rightarrow KontSignali

- KontSignali* je skup vremenski kontinuiranih signala koji ovisno o konkretnom sustavu mogu biti

KontSignali = [Vrijeme \rightarrow Realni] ili

KontSignali = [Vrijeme \rightarrow Kompleksni]

uz Vrijeme = Realni ili Vrijeme = Realni₊

49

Diferencijalne jednačbe

- ovako definirana klasa sustava naziva se vremenski kontinuirani sustavi
- vrlo često se vremenski kontinuirani sustavi opisuju diferencijalnim jednačbama

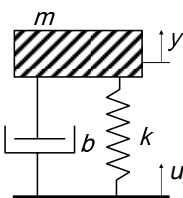
50

Diferencijalne jednačbe

- podsjetimo se primjera

y – pomak automobila

u – je visina ceste (neravnine)



$$m \cdot y'' = b(u' - y') + k(u - y)$$

$$y'' + \frac{b}{m} y' + \frac{k}{m} y = \frac{b}{m} u' + \frac{k}{m} u$$

uz zamjenu $2\alpha = \frac{b}{m}$ $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$y'' + 2\alpha y' + \omega_0^2 y = 2\alpha u' + \omega_0^2 u$$

51

Vremenski diskretni sustavi

- klasa sustava opisanih funkcijom
DiskrSustavi: DiskrSignali → *DiskrSignali*
naziva se diskretni sustavi
- dakle vremenski diskretni sustavi djeluju s klasama diskretnih signala koji mogu biti

$$\text{DiskrSignali} = [\text{Cjelobrojni} \rightarrow \text{Realni}] \text{ ili}$$

$$\text{DiskrSignali} = [\text{Cjelobrojni} \rightarrow \text{Kompleksni}] \text{ ili}$$

$$\text{DiskrSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Realni}] \text{ ili}$$

$$\text{DiskrSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Kompleksni}]$$

52

Jednadžbe diferencija

- vremenski diskretni sustavi često se opisuju uz pomoć jednadžbi diferencija
- razmotrimo vremenski diskretni sustav

$$S : [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Realni}] \rightarrow [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Realni}]$$

gdje je za

$$\forall u \in [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Realni}], \quad y = S(u)$$

dan s

$$\forall n \in \text{Cjelobrojni}, \quad y(n) = \frac{1}{3}(u(n) + u(n-1) + u(n-2))$$

53

Jednadžbe diferencija

- izlaz za svaki indeks n je srednja vrijednost tri uzlazne vrijednosti (tri uzorka)
- ovo je jednostavni sustav za usrednjavanje i naziva se *moving average*

54

Jednadžbe diferencija

- neka je $u(n) = s(n)$, jedinični skok, funkcija definirana kao

$$\forall n \in \text{Cjelobrojni}, \quad s(n) = \begin{cases} 1 & \text{za } n \geq 0 \\ 0 & \text{za ostale } n \end{cases}$$

- rješavanjem zadane jednadžbe diferencija izračunava se izlaz y

$$\forall n \in \text{Cjelobrojni}, \quad y(n) = \begin{cases} 1 & \text{za } n \geq 2 \\ 2/3 & \text{za } n = 1 \\ 1/3 & \text{za } n = 0 \\ 0 & \text{inače} \end{cases}$$

55

Jednadžbe diferencija

- opći oblik sustava za usrednjavanje tzv. *moving average system* je

$$\forall n \in \text{Cjelobrojni}, \quad y(n) = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} u(n-j)$$

- za svaki n ovaj sustav daje srednju vrijednost od zadnjih M vrijednosti ulaznog signala
- ovaj sustav predstavlja diskretnu realizaciju sustava opisanog s

$$y(t) = \frac{1}{M} \int_0^M x(t-\tau) d\tau$$

56

Deklarativne i imperativne definicije sustava

- dani primjeri su bili primjeri deklarativne definicije sustava
- imperativna definicija predstavlja postupak za izračunavanje izlaznog signala za zadani ulazni signal

57



Deklarativne i imperativne definicije sustava

- imperativni opis kontinuiranih sustava moguć je uz pomoć analognih el. mreža ili ostalih fizikalnih sustava koji su kontinuirani sami po sebi
- imperativni opis sustava može biti u obliku niza naredbi odgovarajućeg programa u nekom od programskih jezika

58



Deklarativne i imperativne definicije sustava

- u slučaju kontinuiranih sustava biti će potrebne odgovarajuće aproksimacije koja se koriste pri rješavanju diferencijalnih jednačbi
- vremenski diskretni sustavi često se definiraju kao *automati* engleski *state machines*

59



Automati

- do sada korišten model *ulaz - izlaz* koji je definirao izlazni niz za zadani ulazni niz
- uvodi se prikaz sustava temeljen na poznavanju stanja sustava i ulaznog niza i naziva se model s varijablama stanja
- ideja se temelji na činjenici da sustav u svom djelovanju prolazi kroz niz promjena stanja
- ovo je imperativni opis sustava

60

Automati

- često je korisno opisati dio sklopovlja ili dio računalnog programa kao sustav i to korištenjem modela s varijablama stanja
- ovaj pristup omogućava bolju analizu od drugih formalnih opisa
- za početak razmatramo model s varijablama stanja za automate (sustave) s konačnim (i relativno malim) brojem stanja – konačni automati

61

Uvod u automate

- konačni automati uglavnom su vezani uz nizove događaja
- stanje sustava predstavlja (sažimlje) povijest sustava
- prema tome automat će generirati znak (uzorak) izlaznog signala na temelju ulaznog znaka (uzorka) i stanja sustava

62

Automati

- preciznije
 1. *razmatra se ulazni znak $u(n)$*
 2. *automat generira izlazni znak računavajući znak $u(n)$ i trenutno stanje $x(n)$*
 3. *na temelju znaka $u(n)$ i trenutnog stanja $x(n)$ automat izračunava novo stanje $x(n+1)$. Ovo se naziva prijelaz stanja, ažuriranje ili engleski **update***
 4. *automat se vraća na točku 1. postupka i uzima u razmatranje znak $u(n+1)$*
- na ovaj način automat specificira niz izlaznih znakova za niz znakova ulaznog signala

63

Automati

- opis sustava kao funkcije uključuje tri dijela: skup ulaznih signala, skup izlaznih signala i funkciju samu,

$$F : \text{UlazniSignali} \rightarrow \text{IzlazniSignali}$$

- u slučaju automata ulazni i izlazni signali su oblika

$$\text{NizDogadjaja} : \text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Znakovi}$$

gdje su $\text{Prirodni}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ a Znakovi proizvoljni skup

64

Automati

- automat se definira uređenom petorkom

$$\text{Automat} = (\text{Stanja}, \text{Ulazi}, \text{Izlazi},$$

$$\text{FunkcijaPrijelaza}, \text{pocetnoStanje})$$

značenje ovih imena je

Stanja - prostor stanja

Ulazi - ulazni skup znakova ili *ulazni alfabet*

Izlazi - izlazni skup znakova ili *izlazni alfabet*

$\text{pocetnoStanje} \in \text{Stanja}$ je početno stanje

$$\text{FunkcijaPrijelaza} : \text{Stanja} \times \text{Ulazi}$$

$$\rightarrow \text{Stanja} \times \text{Izlazi}$$

65

Automati

- Ulazi* i *Izlazi* su skupovi mogućih ulaznih odnosno izlaznih znakova
- skup *UlazniSignali* sastoji se od svih beskonačnih nizova ulaznih znakova

$$\text{UlazniSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Ulazi}]$$

- skup *IzlazniSignali* sastoji se od svih beskonačnih nizova izlaznih znakova

$$\text{IzlazniSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Izlazi}]$$

66

Automati

- neka je ulazni signal
 $u \in \text{UlazniSignali}$
- pojedini znak u signalu može se označiti
 $u(n), \forall n \in \text{Prirodni}_0$
 n ovdje ne predstavlja trenutak u vremenu već korak (poziciju) u nizu
- cijeli ulazni signal je niz
 $(u(0), u(1), u(2), \dots, u(n), \dots)$

67

Automati

- automat opisan petorkom
 $\text{Automat} = (\text{Stanja}, \text{Ulazi}, \text{Izlazi}, \text{FunkcijaPrijelaza}, \text{pocetnoStanje})$
definira funkciju
 $F : \text{UlazniSignali} \rightarrow \text{IzlazniSignali}$
dakle
 $\forall u \in \text{UlazniSignali} \Rightarrow y = F(u)$

68

Automati

- ali i definira postupak za izračunavanje ove funkcije za određeni ulazni signal
- niz stanja u pojedinim koracima, *odziv stanja*, $(x(0), x(1), \dots)$ i izlazni signal y se konstruiraju, korak po korak, kako slijedi
 $x(0) = \text{pocetnoStanje}$
i
 $\forall n \geq 0, (x(n+1), y(n)) = \text{FunkcijaPrijelaza}(x(n), u(n))$
- svaki gornji izračun se naziva *reakcija* ili *odziv*.

69

Automati

- pogodno je funkciju *FunkcijaPrijelaza* razložiti u dvije funkcije
 funkciju narednog stanja
 $narednoStanje : Stanja \times Ulazi \rightarrow Stanja$
 i izlaznu funkciju

$$izlaz : Stanja \times Ulazi \rightarrow Izlazi$$

pa pišemo $x(n+1) = narednoStanje(x(n), u(n))$

odnosno $y(n) = izlaz(x(n), u(n))$

70

Automati

- zaključno

$$\forall x(n) \in Stanja \wedge \forall u(n) \in Ulazi,$$

$$(x(n+1), y(n)) = FunkcijaPrijelaza(x(n), u(n))$$

$$= (narednoStanje(x(n), u(n)), izlaz(x(n), u(n)))$$

71
