

*Podsjetimo se...*

- uvod u predmet
- primjeri audio signala
- primjer glazbene vilice
- primjer tehničkog sustava
  - video prikaz, matematički model, simulacija (MATLAB / Simulink)
- prikaz i označavanje signala
  - kontinuirani signal, diskretni signal

---

---

---

---

---

---

---

---

*Signali i sustavi*

- danas ćemo:
  - pokazati načine definiranja funkcija (signala i sustava)
  - objasniti deklarativne i imperativne definicije
  - razmotriti nekoliko načina definiranja sustava

---

---

---

---

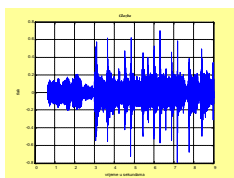
---

---

---

---

*Kontinuirani signali*



- funkciju koja definira signal *Glazba* nije moguće opisati matematičkim izrazom
- primjer kontinuiranog signala koji je moguće opisati matematičkim izrazom
  - primjer idealizirane glazbene vilice 440 Hz

---

---

---

---

---

---

---

---

### Kontinuirani signali

- nazovimo ovaj signal *CistiTon* i definirajmo ga kao:

$$CistiTon: Realni \rightarrow Realni$$

gdje je:

$$\forall t \in Realni, CistiTon(t) = A \sin(2\pi \cdot 440 \cdot t) \quad A = 1$$

- ovaj sinusni signal frekvencije 440 Hz odgovara muzičkoj noti A

4

---

---

---

---

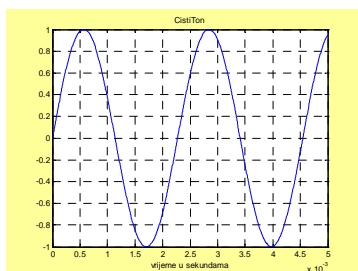
---

---

---

---

### Kontinuirani signal



5

---

---

---

---

---

---

---

---

### Kontinuirani signali

- interesantan je primjer zbroja dvaju signala oblika *CistiTon* koji će dati naslutiti da je i signal *Glazba* zapravo zbroj niza signala oblika *CistiTon* - dakle sinusoida - različitih frekvencija i amplituda
- *ZbrojTonova* je funkcija koja neka predstavlja zbroj dva sinusna signala frekvencija 440 Hz (nota A) i 523 Hz (nota C)

6

---

---

---

---

---

---

---

---

### Kontinuirani signali

- funkcija *ZbrojTonova* definirana je tada kao:

$$ZbrojTonova : Realni \rightarrow Realni$$

gdje je:

$$\forall t \in Realni \quad \wedge \quad A_1 = A_2 = 0.5$$

$$ZbrojTonova(t) = A_1 \sin(2\pi \cdot 440 \cdot t) + A_2 \sin(2\pi \cdot 523 \cdot t)$$

7

---

---

---

---

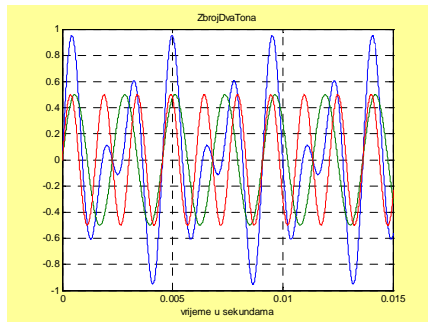
---

---

---

---

### Zbroj dvaju kontinuiranih signala



nota A  
440 Hz

nota C  
523 Hz

note  
A & C

8

---

---

---

---

---

---

---

---

### Digital Sound Synthesis

- Four methods for the synthesis of musical sound:
  - **Wavetable Synthesis**
  - Spectral Synthesis
  - Nonlinear Synthesis
  - **Synthesis by Physical Modeling**

9

---

---

---

---

---

---


---

---



## Digital Sound Synthesis

### Wavetable Synthesis

- Recorded or synthesized musical events stored in internal memory and played back on demand
- Playback tools consists of various techniques for sound variation during reproduction such as pitch shifting, looping, enveloping and filtering
- Example: Giga Sampler 

Dobrotom autora: Prof. dr. Sanjit Mitra, University of California, Santa Barbara 10

---

---

---

---

---

---


---

---



## Digital Sound Synthesis

### Spectral Synthesis

- Produces sounds from frequency domain models
- Signal represented as a superposition of basis functions with time-varying amplitudes
- Practical implementation usually consist of a combination of additive synthesis, subtractive synthesis and granular synthesis
- Example: Kawaii K500 Demo 

Dobrotom autora: Prof. dr. Sanjit Mitra University of California, Santa Barbara 11

---

---

---

---

---

---


---

---



## Digital Sound Synthesis

### Nonlinear Synthesis

- Frequency modulation method: Time-dependent phase terms in the sinusoidal basis functions
- An inexpensive method frequently used in synthesizers and in sound cards for PC
- Example: Variation modulation index complex algorithm (Pulsar) 

Dobrotom autora: Prof. dr. Sanjit Mitra, University of California, Santa Barbara 12

---

---

---

---




---

---

---

---

## Digital Sound Synthesis

- **Physical Modeling**
  - Models the sound production method
  - Physical description of the main vibrating structures by partial differential equations
  - Most methods based on wave equation describing the wave propagation in solids and in air
  - Examples: (CCRMA, Stanford)
    - Guitar with nylon strings 
    - Marimba 
    - Tenor saxophone 

Dobrotom autora: Prof. dr. Sanjit Mitra, University of California, Santa Barbara 13

---

---

---

---

---

---

---

---

## Višedimenzionalni signali

- jednodimenzionalni (1-D) signal je funkcija jedne nezavisne varijable.
- govorni signal je primjer 1-D signala gdje je nezavisna varijabla vrijeme.
- višedimenzionalni (M-D) signal je funkcija više od jedne nezavisne varijable.
- signal slike, kao što je crno-bijela fotografija, je primjer 2-D signala gdje su dvije nezavisne varijable dvije prostorne varijable.

14

---

---

---

---

---

---

---

---

## Slika – monokromatska



15

---

---

---

---

---

---

---

---

### Slika – monokromatska

- slika (monokromatska) je dvodimenzionalna funkcija  $f(x,y)$  (ili npr.  $Leica(x,y)$ ) gdje su  $x$  i  $y$  prostorne koordinate a vrijednost funkcije predstavlja svjetlinu (nivo sivila, gray level) slike u toj točki
- slika se može zamisliti kao matrica čiji elementi predstavljaju svjetlinu slike u toj točki
- slikovni element (picture element, pixel, pel)

16

---

---

---

---

---

---

---

---

### Slika – monokromatska

- ako je monokromatska slika - fotografija prikazana na papiru dimenzija 18 x 19,8 cm tada je ona prikazana kao funkcija:

$$Slika : [0,18] \times [0,19.8] \rightarrow [0, I_{max}]$$

gdje je  $I_{max}$  maksimalna vrijednost sive slike (0 je crno a  $I_{max}$  je bijelo)

- skup  $[0,18] \times [0,19.8]$  definira površinu papira

17

---

---

---

---

---

---

---

---

### Slika – monokromatska

- generalno monokromatska slika je funkcija:

$$Slika : VertikalnaOs \times HorizontalnaOs \rightarrow Intenzitet$$

gdje je  $Intenzitet = [crno, bijelo]$  mjereno u odgovarajućoj skali

18

---

---

---

---

---

---

---

---

## Slika – monokromatska

- konačna memorija i konačna dužina riječi računala zahtijevaju diskretizaciju domene i područja vrijednosti tj. intenziteta
- računalna slika se može tada prikazati kao:

RacunalnaSlika : DiskretnaVertikalnaOs  $\times$  DiskretnaHorizontalnaOs  $\rightarrow$  Cjelobrojni<sub>s</sub>

gdje su: DiskretnaVertikalnaOs = {1,2,...,450}  
 DiskretnaHorizontalnaOs = {1,2,...,500}  
 Cjelobrojni<sub>s</sub> = {0,1,2,...,255}

19

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Slika – monokromatska

DiskretnaVertikalnaOs={1,2,...,450}  
 DiskretnaHorizontalnaOs={1,2,...,500}  
 Cjelobrojni<sub>s</sub>={0,1,2,...,255}

DiskretnaVertikalnaOs={1,2,...,45}  
 DiskretnaHorizontalnaOs={1,2,...,50}  
 Cjelobrojni<sub>s</sub>={0,1,2,...,255}




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Slika u boji

- reflektirano svjetlo se definira preko RGB (red, green, blue) vrijednosti pa je:

Slika\_U\_Boji : VertikalnaOs  $\times$  HorizontalnaOs  $\rightarrow$  Intenzitet<sup>3</sup>

- bilo kojoj točki (x,y) domene odgovara trojka  $(r, g, b) \in \text{Intenzitet}^3$

pa su RGB vrijednosti pridružene signalu Slika\_U\_Boji

$$(r, g, b) = \text{Slika\_U\_Boji}(x, y)$$

21

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Slika u boji

- dakle slika **u boji** je signal koji se sastoji od tri 2D signala koji predstavljaju tri osnovne boje: crveno ( $r$ ), zeleno ( $g$ ) i plavo ( $b$ ).
- tri komponente slike u boji prikazane su ovim primjerom:



---

---

---

---

---

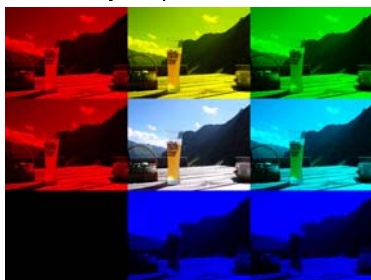
---

---

---

### Slika u boji

- potpuna slika u boji dobiva se kombinacijom prethodne tri slike:



---

---

---

---

---

---

---

---

### Slika u boji



---

---

---

---

---

---

---

---



### Video

- Video signal (film) je niz slika koji možemo promatrati kao funkciju tri varijable, i to dvije prostorne i jedne



PAL 625 linija/okviru, 25okvira/s

25

---

---

---

---

---

---

---

---

### Video



26

---

---

---

---

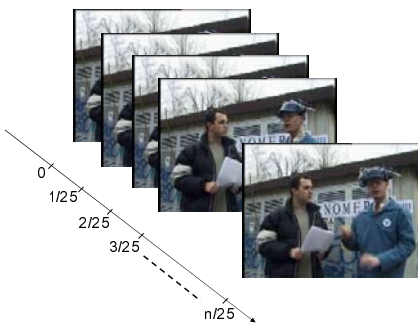
---

---

---

---

### Video



27

---

---

---

---

---

---

---

---

**sis**  
ZESOI

## Video

28

---

---

---

---

---

---

---

---

**sis**  
ZESOI

## Video

- video signal možemo opisati funkcijom *Video*

*Video* : VrijemeOkvira  $\times$  VertikalnaOs  $\times$  HorizontalnaOs  $\rightarrow$  Intenzitet<sup>3</sup>

- bilo kojoj točki  $(x, y)$  okvira u diskretnom trenutku  $t$  odgovara trojka

$$(r, g, b) \in \text{Intenzitet}^3$$

pa su RGB vrijednosti pridružene signalu *Video*

$$(r, g, b) = \text{Video}(t, x, y)$$

29

---

---

---

---

---

---

---

---

**sis**  
ZESOI

## Signali u opisu fizikalnih objekata

- promjena atributa fizikalnih objekata ili uređaja mogu se prikazati funkcijama vremena ili prostora
- primjer trajektorije zrakoplova:

$$\text{Pozicija} : \text{Vrijeme} \rightarrow \text{Realni}^3$$

gdje je

$$\forall t \in \text{Vrijeme}, \text{Pozicija}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

pozicija zrakoplova u trodimenzionalnom prostoru u trenutku  $t$ .

30

---

---

---

---

---

---

---

---



### Signali u opisu fizikalnih objekata

- pozicija i brzina zrakoplova može biti opisana funkcijom:

$$\text{PozicijaBrzina} : \text{Vrijeme} \rightarrow \text{Realni}^6$$

gdje je

$$\forall t \in \text{Vrijeme}, \text{PozicijaBrzina}(t) = (x(t), y(t), z(t), v_x(t), v_y(t), v_z(t))$$

31

---

---

---

---

---

---

---

---



### Nizovi simbola

- često se informacija prikazuje kao niz simbola a ne kao funkcija vremena ili prostora
- nizovi simbola se pojavljuju kao
  - podaci
  - tok događaja
- nizovi simbola specijalna vrsta funkcija

32

---

---

---

---

---

---

---

---



### Nizovi simbola – podaci

- primjer  $N$ -bitne binarne datoteke

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_N \quad b_i \in \text{Binarni} = \{0, 1\}$$

- ovu datoteku tj. niz simbola možemo promotriti kao funkciju

$$\text{Datoteka} : \{1, 2, \dots, N\} \rightarrow \text{Binarni}$$

s definiranim pridruživanjem

$$\text{Datoteka}(n) = b_n, \quad \forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$$

33

---

---

---

---

---

---

---

---



### Nizovi simbola - podaci

- primjer teksta dužine  $N$  riječi
- neka je kodomena skup *HrvatskeRiječi* tada tekst dužine  $N$  riječi možemo prikazati kao funkciju

$$\text{HrvatskiTekst} : \{1, 2, \dots, N\} \rightarrow \text{HrvatskeRiječi}$$

34

---

---

---

---

---

---

---

---



### Nizovi simbola - podaci

- općenito niz podataka može biti prikazan kao funkcija

$$\text{Podaci} : \text{Indeksi} \rightarrow \text{Simboli}$$

gdje su  $\text{Indeksi} \subset \text{Prirodni}$

*Indeksi* su dakle skup odgovarajućih prirodnih brojeva a *Simboli* odgovarajući skup simbola kao što su to bili *Binarni* ili *HrvatskeRiječi*

35

---

---

---

---

---

---

---

---



### Nizovi simbola – tok događaja

- primjer toka događaja prigodom telefonskog poziva
- uobičajeni niz događaja je

*DigniSlusalicu, CujTonBiranja, BirajBroj, CujTelefonskoZvano, CujOdgovorNazvanog, ...*

36

---

---

---

---

---

---

---

---



### Nizovi simbola – tok događaja

- u slučaju zauzeće niz događaja je  
*DigniSlusalicu, CujTonBiranja, BirajBroj, CujTonZauzeća,...*
- tok događaja može također biti prikazan funkcijom

*TokDogađaja : Indeksi → Simboli*

37

---

---

---

---

---

---

---

---



### Diskretni signali i otipkavanje (uzorkovanje)

- diskretni signali po definiciji
  - dnevni tečaj stranih valuta,
  - dnevne cijene dionica,
  - godišnji broj studenata na pojedinim studijima,
  - godišnji broj putnika na pojedinim letovima.
- diskretni signali nastali otipkavanjem vremenski kontinuiranih signala

38

---

---

---

---

---

---

---

---



### Diskretni signali i otipkavanje (uzorkovanje)

- vremenski kontinuirani signal *Glazba* otipkan frekvencijom otipkavanja 10 kHz (interval otipkavanja 0.0001 sec) definiran je samo u diskretnim trenucima vremena

*OtipkanaGlazba : {0, 0.0001, 0.0002, ..., 9.9999, 10} → Tlak*

s pridruživanjem

$$OtipkanaGlazba(t) = Glazba(t)$$

$$\forall t \in \{0, 0.0001, 0.0002, \dots, 9.9999, 10\}$$

39

---

---

---

---

---

---

---

---



### Diskretni signali i otipkavanje (uzorkovanje)

- vremenski kontinuirani signal opisan eksponencijalnom funkcijom  $Exp$  otipkavamo s intervalom otipkavanja 0.2 sec

- funkcija

$$Exp : [-1,1] \rightarrow Realni$$

definirana je pridruživanjem

$$Exp(t) = e^t, \quad \forall t \in [-1,1]$$

40

---

---

---

---

---

---

---

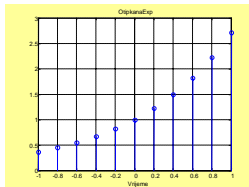
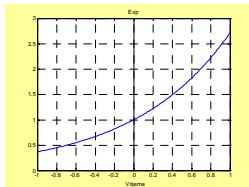
---



### Diskretni signali i otipkavanje (uzorkovanje)

- diskretni signal  $OtipkanaExp$  dobiven otipkavanjem  $Exp$  je

$$OtipkanaExp : \{-1, -0.8, \dots, 0.8, 1\} \rightarrow Realni$$



41

---

---

---

---

---

---

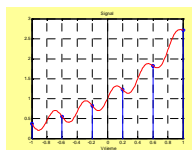
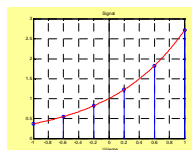
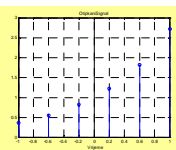
---

---



### Otipkavanje i rekonstrukcija

- neka je diskretni signal  $OtipkaniSignal$  dobiven otipkavanjem kontinuiranog signala  $Signal$
- je li moguća rekonstrukcija  $OtipkaniSignal \rightarrow Signal$  ?



---

---

---

---

---

---

---

---

### Kvantizacija područja vrijednosti

- prethodni primjeri signala *Glazba*, *Exp*, *OtipkanaGlazba* ili *OtipkanaExp* pretpostavljaju kodomenu iz kontinuiranog intervala  $[a, b]$  što rezultira beskonačnim brojem mogućih vrijednosti
- kvantizacijom intervala područja vrijednost postizemo konačni broj mogućih vrijednosti signala

43

---

---

---

---

---

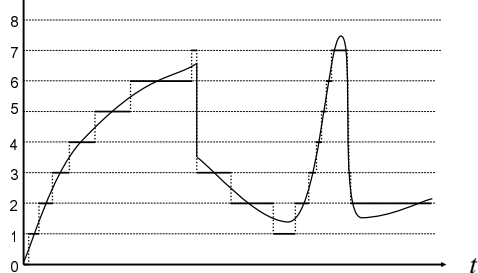
---

---

---

### Primjer – kontinuirani signal s kvantiziranom amplitudom

amplituda



44

---

---

---

---

---

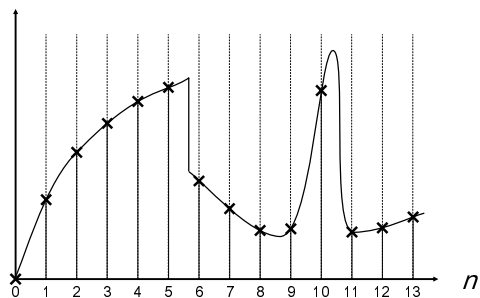
---

---

---

### Primjer – otipkavanje vremenski kontinuiranog signala

amplituda



45

---

---

---

---

---

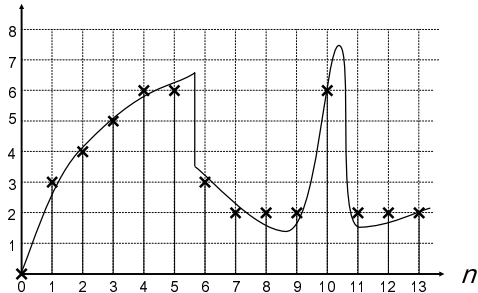
---

---

---

### Primjer – kvantizacija po amplitudi i vremenu

amplituda



46

---

---

---

---

---

---

---

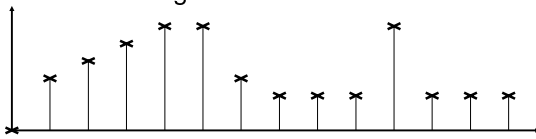
---

---

---

### Digitalni signali

- Vremenski diskretan signal s kvantiziranim amplitudama, prikazan uz pomoć konačnog broja znamenaka naziva se digitalnim



<i>n</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	000	011	100	101	110	110	011	010	010	010	110	010	010	010

47

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Funkcije

- funkcija definira odnos dvaju skupova: domene i kodomene (područja vrijednosti)
- ako svakom elementu iz domene odgovara jedan element iz kodomene tada je funkcija  $f: X \rightarrow Y$  (**preslikavanje jedan - jedan**) dakle vrijedi  $\forall x_1 \in X \wedge \forall x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$
- više elemenata domene može biti pridruženo jednom elementu u kodomeni

48

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## Funkcije

- ako svi elementi kodomene imaju svoj par u domeni onda je funkcija  $f: X \rightarrow Y$  (preslikavanje *na*) i vrijedi

$$\forall y \in Y \exists x \in X, f(x) = y$$

49

---

---

---

---

---

---

---

---

## Funkcije – deklarativno pridruživanje

- neka je funkcija

$$\text{Exp}: \text{Kompleksni} \rightarrow \text{Kompleksni}$$

definirana pridruživanjem

$$\forall z \in \text{Kompleksni}, \text{Exp}(z) = e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$$

- definicija funkcije *Exp* deklarativna je jer ona deklarativno definira svojstva funkcije bez direktnog objašnjenja kako realizirati funkciju

50

---

---

---

---

---

---

---

---

## Funkcije – deklarativno pridruživanje

- općenito, deklarativna definicija funkcije  $f$  je kako slijedi

$$f: X \rightarrow Y$$

uz

$$\forall x \in X, f(x) = \text{matematički izraz po } x$$

- ovdje definiramo svaki element kodomene za svaki element domene ali ne definirajući kako ga izračunati

51

---

---

---

---

---

---

---

---

## Funkcije – procedure

- odnos između elemenata domene i kodomene može biti dan procedurom u nekom standardnom jeziku
- procedure se nazivaju *imperativnim* definicijama funkcija budući one daju metodu kako pridružiti elemente domene i kodomene
- slijedi primjer imperativne definicije funkcije *Exp*

52

---

---

---

---

---

---

---

---

## Funkcije – imperativno pridruživanje

```
% Izračunaj exp(z).
pomocni_rezultat = 0;
pomocni_z = 1;
pomocni_i = 1;
for i = 1 : n
    pomocni_rezultat = pomocni_rezultat + pomocni_z / pomocni_i;
    pomocni_z = pomocni_z * z;
    pomocni_i = pomocni_i * i;
end

% Vrati dobiveni rezultat.
rezultat = pomocni_rezultat;
```

53

---

---

---

---

---

---

---

---

## Funkcije – procedure

- deklarativna i imperativna definicija funkcije nisu nužno iste
- tako je npr. u slučaju funkcije *Exp(z)* njezina imperativna definicija, uz pomoć prethodne procedure za izračunavanje, tek aproksimacija *Exp(z)*

54

---

---

---

---

---

---

---

---

### Funkcije – tablice

- veza elemenata domene i kodomene može se dati eksplicitno putem tablica

- primjer:

domena	kodomena
1	A
2	C
3	I
4	L
6	B
6	A
7	T

tablica je imperativna definicija funkcije

55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Funkcije – grafovi

- veza elemenata domene i kodomene može se dati i pomoću grafa

- graf je podskup od  $X \times Y$  i definiran je kao

$$\begin{aligned} \text{graf}(f) &= \{(x, y) \mid x \in X \wedge y = f(x)\} \\ &= \{(x, f(x)) \mid x \in X\} \end{aligned}$$

56

---

---

---

---

---

---

---

---

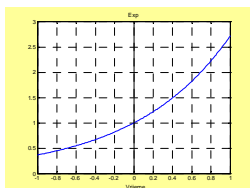
---

---

### Funkcije – grafovi

- prikazan je graf funkcije  $Exp$ ,

$$\text{graf}(Exp) = \{(t, e^t) \mid t \in [-1, 1]\}$$



57

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Funkcije – kompozicija

- nova funkcija može biti definirana (dobivena) kompozicijom prije definiranih funkcija

- neka su definirane dvije funkcije  $f_1$  i  $f_2$

$$f_1 : X \rightarrow Y$$

$$f_2 : Y \rightarrow Z$$

tada je  $f_3 : X \rightarrow Z$  i vrijedi

$$\forall x \in X, \quad f_3(x) = (f_2 \circ f_1)(x) = f_2(f_1(x))$$

58

---

---

---

---

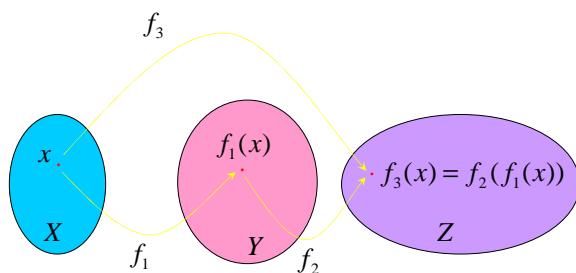
---

---

---

---

### Funkcije – kompozicija



59

---

---

---

---

---

---

---

---

### Funkcije – kompozicija

- ovako definirana funkcija naziva se kompozicija funkcija i označava se

$$f_3 = f_2 \circ f_1$$

60

---

---

---

---

---

---

---

---



### Klasa signala, prostor signala, prostor funkcija

- neka je signal  $u: D \rightarrow K$
- skup  $U$  svih signala  $u$  naziva se klasom ili prostorom signala ili prostorom funkcija
- pišemo:  $U = [D \rightarrow K] = \{u | u: D \rightarrow K\}$

čitamo " $U$ ", što možemo i pisati kao  $[D \rightarrow K]$ , je skup svih  $u$  takovih da  $u: D \rightarrow K$  "

61

---

---

---

---

---

---

---

---



### Klasa signala, prostor signala, prostor funkcija

- skup svih signala *Glazba* trajanja  $[0,1]$  i područja vrijednosti *Tlak* se tada može pisati

$$\text{GlazbaSignali} = [[0,1] \rightarrow \text{Tlak}]$$

- skup svih binarnih datoteka duljine  $N$  je

$$\text{BinarneDatoteke} = [\text{Indeksi} \rightarrow \text{Binarni}]$$

gdje su  $\text{Indeksi} = [1,2,\dots,N]$

62

---

---

---

---

---

---

---

---



### Sustavi kao funkcije

- sustav  $S$  je funkcija i transformira ulazni signal  $u$  u izlazni signal  $y$  pa je

$$y = S(u)$$

- sustav  $S$  je dakle funkcija koja preslikava prostor signala u prostor signala

$$S : [D_x \rightarrow R_x] \rightarrow [D_y \rightarrow R_y]$$

63

---

---

---

---

---

---

---

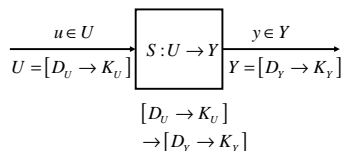
---

## Sustavi kao funkcije

- sustav  $S$  je dakle sveukupnost ul./izl. parova  $(u, y)$

$$S = \{(u, y) | u \in U, y \in Y\}$$

- sustav  $S$  se prikazuje blokom



64

---

---

---

---

---

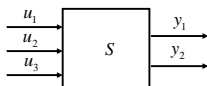
---

---

---

## Sustavi kao funkcije

- sustavi mogu imati više ulaza i više izlaza
- za ovakve sustave često se koristi engleska skraćenica MIMO (multiple-input multiple-output)



65

---

---

---

---

---

---

---

---

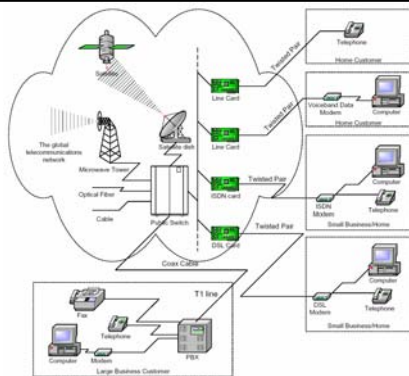


Figure 1.14: A portion of the global telecommunications network.

Source: Edward A. Lee and Pravin Varaiya: Structure and Interpretation of Signals and Systems, author permission

66

---

---

---

---

---

---

---

---

### Primjeri sustava

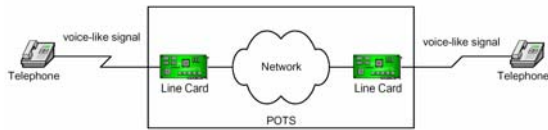


Figure 1.15: Abstraction of plain-old telephone service (POTS).

Source: Edward A. Lee and Pravin Varaiya: Structure and Interpretation of Signals and Systems, author permission

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Primjeri sustava



The 2003 S430 Sedan




---

---

---

---

---

---

---

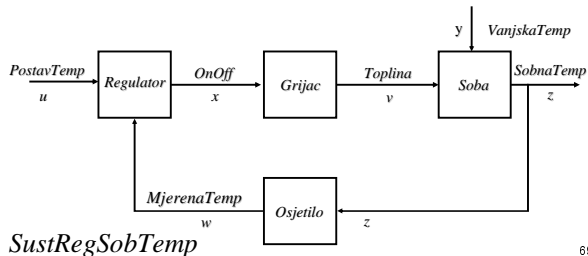
---

---

---

### Sustav regulacije sobne temperature

- sustav grijanja putem toplog zraka za zagrijavanje sobe na zadanu temperaturu



SustRegSobTemp

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Sustav s povratnom vezom

- prva zadaća je specificirati domenu i kodomenu za ulaze i izlaze svih komponenti sustava
- za međusobno povezane komponente treba osigurati podudarnost izlaza jedne s ulazom druge povezane komponente

70

---

---

---

---

---

---

---

---

### Sustav s povratnom vezom



- grijač – generira topli zrak kada je uključen tj. *On*
- *OnOff*, ulazni signal u grijač, je funkcija vremena koja poprima jednu od dvije vrijednosti *On* ili *Off*

$$OnOff : Vrijeme \rightarrow \{On, Off\}$$

71

---

---

---

---

---

---

---

---

### Sustav s povratnom vezom

- promatramo realni grijač pa je

$$Vrijeme = Realni_+$$

- prostor ulaznih signala u grijač definiran je tada klasom

$$OnOffKlasa = [Realni_+ \rightarrow \{On, Off\}]$$

72

---

---

---

---

---

---

---

---



### Sustav s povratnom vezom

- kada je grijač *On* generira iznos topline koja ovisi o njegovoj ugrađenoj snazi grijanja (kW ili BTU/h)
- izlazni signal iz grijača - *Toplina* - je funkcija:

$$Toplina : Realn_{+} \rightarrow \{O, B_c\}$$

- prostor izlaznih signala iz grijača označimo klasom

$$ToplinaKlasa = [Realn_{+} \rightarrow \{O, B_c\}]$$

73

---

---

---

---

---

---

---

---

### Sustav s povratnom vezom



- sustav *Grijac* opisujemo tada funkcijom

$$Grijac : OnOffKlasa \rightarrow ToplinaKlasa$$

74

---

---

---

---

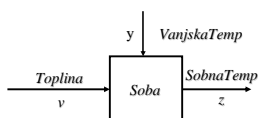
---

---

---

---

### Sustav s povratnom vezom



- temperatura sobe ovisi o toplini koju generira grijač i o vanjskoj temperaturi pa je ulazni signal par (*Toplina*, *VanjskaTemp*)

75

---

---

---

---

---

---

---

---



### Sustav s povratnom vezom

- vanjska temperatura označena kao signal *VanjskaTemp* je funkcija  
$$\text{VanjskaTemp} : \text{Realni}_+ \rightarrow [\min, \max]$$

gdje je  $[\min, \max]$  područje mogućih vanjskih temperatura mjerenih u stupnjevima Celsiusa

- slično se opisuje izlazni signal sustava *Soba*

$$\text{SobnaTemp} : \text{Realni}_+ \rightarrow [\min, \max]$$

76

---

---

---

---

---

---

---

---



### Sustav s povratnom vezom

- prostori ulaznih i izlaznih signala sustava *Soba* su  
$$\text{ToplinaKlasa} = [\text{Realni}_+ \rightarrow \{O, B_c\}]$$
$$\text{VanjskaTempKlasa} = [\text{Realni}_+ \rightarrow [\min, \max]]$$
$$\text{SobnaTempKlasa} = [\text{Realni}_+ \rightarrow [\min, \max]]$$
- ponašanje sustava *Soba* može se opisati funkcijom

$$\text{Soba} : \text{ToplinaKlasa} \times \text{VanjskaTempKlasa} \rightarrow \text{SobnaTempKlasa}$$

77

---

---

---

---

---

---

---

---



### Sustav s povratnom vezom

- prostori ulaznih i izlaznih signala sustava *Osjetilo* su  
$$\text{SobnaTempKlasa} = [\text{Realni}_+ \rightarrow [\min, \max]]$$
$$\text{MjerenaTempKlasa} = [\text{Realni}_+ \rightarrow [\min, \max]]$$
- ponašanje sustava *Osjetilo* opisuje se tada funkcijom

$$\text{Osjetilo} : \text{SobnaTempKlasa} \rightarrow \text{MjerenaTempKlasa}$$

78

---

---

---

---

---

---

---

---



### Sustav s povratnom vezom

- prostori ulaznih i izlaznih signala sustava *Regulator* su  
 $PostavTempKlasa = [Realni_+ \rightarrow [min, max]]$   
 $MjerenaTempKlasa = [Realni_+ \rightarrow [min, max]]$   
 $OnOffKlasa = [Realni_+ \rightarrow \{On, Off\}]$
- ponašanje sustava *Regulator* opisuje se tada funkcijom

*Regulator* :  $PostavTempKlasa \times MjerenaTempKlasa \rightarrow OnOffKlasa$

79

---

---

---

---

---

---

---

---



### Sustav s povratnom vezom

- finalno moguće je uz definirane prostore ulaznih i izlaznih signala cjelokupnog sustava regulacije sobne temperature  
 $PostavTempKlasa = [Realni_+ \rightarrow [min, max]]$   
 $VanjskaTempKlasa = [Realni_+ \rightarrow [min, max]]$   
 $SobnaTempKlasa = [Realni_+ \rightarrow [min, max]]$   
 definirati funkciju koja ga opisuje

*SustRegSobTemp* :  $PostavTempKlasa \times VanjskaTempKlasa \rightarrow SobnaTempKlasa$

80

---

---

---

---

---

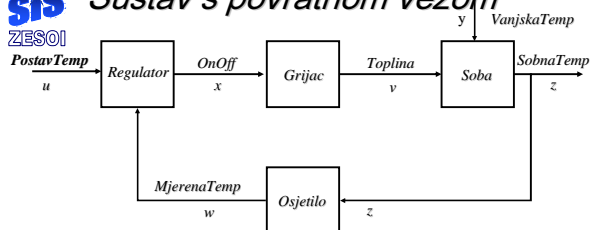
---

---

---



### Sustav s povratnom vezom



- za zadani ulazni signal  $u$  postavljene temperature i uz dane vrijednosti  $y$  vanjske temperature možemo izračunati  $z = SustRegSobTemp(u, y)$  rješavanjem četiri simultanih jednadžbi

81

---

---

---

---

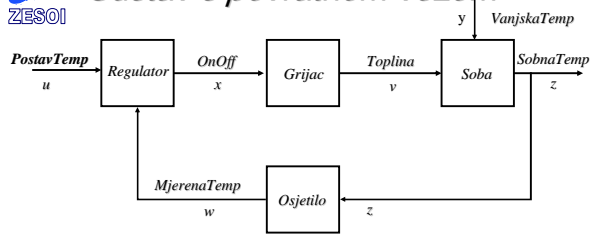
---

---

---

---

### Sustav s povratnom vezom



$$x = \text{Regulator}(u, w)$$

$$v = \text{Grijac}(x)$$

$$z = \text{Soba}(y, v)$$

$$w = \text{Osjetilo}(z)$$

82

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Sustav s povratnom vezom

- da bi se riješile ove jednačbe potrebno je specificirati ponašanje svakog od sustava *Osjetilo*, *Regulator*, *Grijac*, *Soba*,
- postavljena temperatura neka je konstanta  $u^*$  tada je za svaki  $t$  iz skupa  $\text{Realni}_+$ ,  $u(t) = u^*$
- očekuje se da temperatura sobe fluktuiru oko postavljene temperature  $u^*$

83

---

---

---

---

---

---

---

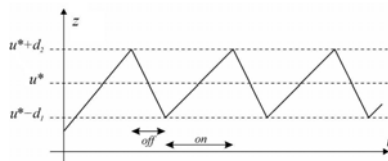
---

---

---

### Sustav s povratnom vezom

- za potrebe ovog primjera pretpostavimo da se u sustavu *Soba* temperatura linearno mijenja



84

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Sustav s povratnom vezom

- uloga komponente *Osjetilo* je mjerenje temperature sobe pa je stoga

$$w(t) = \text{Osjetilo}(z)(t) = z(t)$$

za  $\forall z \wedge \forall t \in \text{Realni}_+$

85

---

---

---

---

---

---

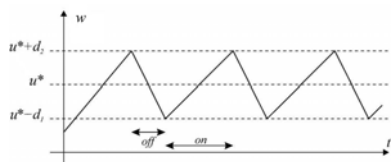
---

---

### Sustav s povratnom vezom

- komponentu *Regulator* se, za sve  $u, w$ , te za svaki  $t$  iz skupa  $\text{Realni}_+$ , opisuje na slijedeći način

$$x(t) = \text{Regulator}(u, w)(t) = \begin{cases} \text{On, ako } w(t) - u(t) \leq -d_1 \\ \text{Off, ako } w(t) - u(t) \geq d_2 \end{cases}$$



86

---

---

---

---

---

---

---

---

### Sustav s povratnom vezom



- komponentu *Grijac* se, za svaki  $x$  te za svaki  $t$  iz skupa  $\text{Realni}_+$ , opisuje na slijedeći način

$$v(t) = \text{Grijac}(x)(t) = \begin{cases} 0, \text{ ako } x(t) = \text{Off} \\ B_c, \text{ ako } x(t) = \text{On} \end{cases}$$

87

---

---

---

---

---

---

---

---